ماڈیول تدریس ریاضی

TEACHING OF MATHEMATICS

IX, X

برائے

ماسٹر ٹرینرز

(اِن سروس ٹریننگ پروگرام)

نظامت نصاب تعلیم اساتذہ صوبہ سرحد

ایبٹ آباد

مئی۔جون 2002ء

ماڈیول تدریس ریاضی

TEACHING OF MATHEMATICS

VII, VIII

برائے

ماسٹر ٹرینرز

(اِن سروس ٹریننگ پروگرام)

سرپرست اعلیٰ

عمر فاروق

ڈائریکٹر

مصنّف اور نظر ثانی

کمال الدّین

ماہر مضمون ریاضی

مقام اشاعت ——— ایبٹ آباد

ناشر: نظامت نصاب تعلیم اساتذہ صوبہ سرحد

ایبٹ آباد

مئی۔ جون 2002ء

فہرست عنوانات

پیش لفظ:

دنیا کے ہر ملک میں نظامِ تعلیم کی حقیقی کامیابی کا دارومدار اساتذہ صاحبان پر ہوتا ہے۔ کیونکہ نصاب کتنا ہی جامع' جدت پذیر اور محرک تصوارت کا حامل کیوں نہ ہو وہ ایک بے جان جسم کی حیثیت رکھتا ہے۔ جب تک اساتذہ صاحبان اپنے تخلیقی عمل سے اس میں حرکت اور حرارت پیدا نہیں کرتے۔ لہذا تعلیمی نظام کی اصلاح' اور اس کی ترقی کا پہلا قدم اساتذہ صاحبان کی تربیت اور رہنمائی کا اہتمام کرنا ہے۔

ہمارے اساتذہ میں ذہانت اور فطانت کی کمی نہیں۔ البتہ ان کی کثیر تعداد جدید رجحانات سے لاعلمی کے باعث روایتی طریقہء تدریس کی پابند ہے۔ اساتذہ صاحبان کو عصری تقاضوں اور نئے طریقوں سے آشنا کرنے کے لئے سابقہ دور میں وقتاً فوقتاً تعلیمی کورسوں کا اہتمام کیا جاتا رہا۔ لیکن ان سے بیک وقت ایک محدود تعداد ہی مستفید ہوتی رہی۔ لہذا ان حالات میں حکومت صوبہ سرحد اور محکمہ تعلیم نے Pre-Service میں تربیت اساتذہ کے پروگرام کو تین سالوں کے لئے معطل کر کے In-Service اساتذہ کی تربیت کے پروگرام کا انعقاد کیا ہے۔ اس عرصہ میں ایسی منصوبہ بندی کی گئی ہے کہ اساتذہ کے تمام Cadres یعنی PTC سے لے کر S.S تک اس پروگرام سے مستفید ہوسکیں گے۔ چنانچہ سابقہ طریقہ کار میں زیر بحث آنے والے مسائل جو صرف رپورٹوں کی زینت بن جایا کرتے تھے، ضروری سمجھا گیا کہ ماہرین تعلیم کے خیالات اور تجربات کو عملی شکل میں تمام اساتذہ کے سامنے پیش کیا جائے تاکہ وہ عصری تقاضوں اور جدید طریقوں سے واقفیت حاصل کر کے اپنی تدریس کو زیادہ مؤثر اور نتیجہ خیز بنا سکیں۔

زیر نظر ماڈیول میں اپنے علم اور تجربہ کی روشنی میں ریاضی کے مختلف موضوعات کے متعلق مواد ایک کوشش ہے اور کوشش بھی معمولی۔ البتہ جب اساتذہ اس کا مطالعہ کریں گے اور استعمال میں لانے کے بعد ہمیں بتائیں گے کہ اس مواد کو کس حد تک اور کس طرح مزید بہتر بنایا جا سکتا ہے۔ امید ہے کہ اس مواد کی اشاعت سے جماعتی تدریس کا معیار بہتر صورت میں بن جائے گا۔

ریاضی کی اہمیت اور مقاصد

کسی بھی نظام تعلیم میں ریاضی کو بنیادی حیثیت حاصل ہوتی ہے اور ریاضی کا مضمون سکولوں کے نظام میں ایک اہم جذو سمجھا جاتا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ ریاضی کا مضمون نرسری سے لیکر اعلیٰ تعلیم تک ہر سطح پر پڑھایا جاتا ہے۔ جدید دور میں ریاضی نہ صرف سائنس اور ٹیکنالوجی کی ترویج وترقی کیلئے ضروری ہے بلکہ زندگی کے ہر شعبے میں اس مضمون کا عمل دخل اور اطلاق نمایاں نظر آتا ہے۔ ماہرین نفسیات کی رائے ہے کہ یہ مضمون طلباء کی ذہنی قوت کی نشوونما اور سوچ بچار پر گہرا اثر ڈالتا ہے۔ اس مضمون کو پڑھنے سے حقائق کو سمجھنے اور پرکھنے میں بڑی مدد ملتی ہے۔ ریاضی کے سوالات اور مسائل کو حل کرنے کیلئے جدوجہد اور کوشش انسان کو دوسرے شعبہ جات میں Challenge قبول کرنے اور اس کا سامنا کرنے کے قابل بناتی ہے۔

ریاضی جس قدر اہم ہے اسی مناسبت سے اس مضمون سے متعلق غلط فہمیاں بھی کچھ زیادہ ہی ہیں۔ عام لوگوں کا خیال ہے کہ ریاضی ایک بور اور خشک مضمون ہے، یا زیادہ وقت طلب اور محنت طلب مضمون ہے۔ جبکہ حقیقت اس کے برعکس ہے۔ ریاضی میں مختلف تحقیقات سے یہ بات سامنے آئی ہے کہ ریاضی ایک نہایت دلچسپ، خوبصورت اور حقائق سے قریب مضمون ہے۔ اور جو لوگ اس کو مشکل تصور کرتے ہیں حقیقت میں وہ اس مضمون کے چند بنیادی اصولوں اور قواعد سے ناواقف ہوتے ہیں۔ ریاضی وہ واحد مضمون ہے جس میں طلباء اگر دلچسپی لیں تو وہ سو فیصد نمبر لے سکتے ہیں۔

ریاضی کو سائنسی علوم کی چابی Key of Science بلکہ سائنسی علوم کی ماں Mother of Science بھی کہتے ہیں۔

تمام سائنسی مضامین مثلاً انجنیئرنگ، میڈیکل اور تکنیکی علوم میں ریاضی کا بے پناہ کردار ہے۔ اور مختلف پیشوں میں ریاضی کا استعمال اظہر من الشمس ہے۔ درزی ہو یا موچی، لوہار ہو یا ترکان، معمار ہو یا مزدور، کسان ہو یا زمیندار، پٹواری ہو یا انجنیئر، ڈاکٹر ہو یا کیمسٹ، تاجر ہو یا آجر ریاضی کے بنیادی قاعدوں اور کلیوں کی ضرورت ہر لمحہ محسوس کرتا ہے۔ اس کے علاوہ دوسرے مضامین میں بالعموم اور سائنس میں بالخصوص، ریاضی کا استعمال کلیدی حیثیت کا حامل ہے۔ طبیعات،

کیمیا، جغرافیہ، اقتصادیات، نفسیات، شماریات، فلکیات، حیاتیات اور نباتات وغیرہ میں ریاضی کے بغیر ایک قدم بھی آگے بڑھنا ناممکن ہے۔

ریاضی کی تدریس سے مندرجہ ذیل عادات راسخ کی جاسکتی ہیں۔

(1) کسی مسلے کو حل کرنے کیلئے ضروری ہے کہ اس کا تجزیہ کر کے حل کی ممکن صورتوں میں سے صحیح راستہ تلاش کیا جاسکے۔ چنانچہ ریاضی کے مطالعے میں تحلیلی حل سوچے جاتے ہیں جو مسائل کے صحیح تجزیے اور اقدامات عمل کی نشاندہی کرتے ہیں۔ اور یہ عادت زندگی بھر بچے کیلئے ایک بیش قیمت سرمایہ سمجھی جاتی ہے۔

(2) منطقی غور وفکر اور بات چیت انسان کے اوصاف حمیدہ میں سے ہیں۔ علم ریاضی کی بنیاد منطق پر ہے۔ اور اس میں مستند دلیل کے بغیر کسی چیز کو درست نہیں مانا جاتا۔ چنانچہ ریاضی کے مطالعے سے بچہ صحیح استدلال کا عادی بن جاتا ہے۔

(3) ریاضی کے سائل کرنے سے جدوجہد کرنے اور منزل پر پہنچنے کے بعد دم لینے کی تربیت ملتی ہے۔ چنانچہ بچہ سوالات کے حل کرنے میں اپنی دماغی کاوشوں کو کام میں لاتے ہوئے اس وقت تک کوشش جاری رکھتا ہے جب تک کہ سوال کا صحیح جواب نہ دریافت کرلے۔ اور جواب کی صحت کے متعلق یقین کئے بغیر اس کی تسکین نہیں ہوتی۔ یہی وجہ ہے کہ صداقت کو پالینے تک جستجو جاری رکھنے کی عادت پختہ کرنے کے لئے ریاضی سے بہتر کوئی مضمون نہیں ہے۔

(4) موجودہ دور میں کاروبار اور کمرشل سسٹم کو بہت اہمیت حاصل ہے۔ اور ریاضی کا اطلاق ان شعبہ جات میں بہت زیادہ ہے۔ مختلف اداروں کو اپنے بجٹ کی تیاری کے لئے بھی ریاضی کی ضرورت پڑتی ہے۔ قدرتی شاہکار بھی ریاضیاتی اصولوں کی پیروی کرتے دکھائی دیتے ہیں۔ جیسے سورج کا اتار چڑھاؤ۔ چاند کا نکلنا۔ موسموں کا تغیر اور ستاروں کی گردش وغیرہ میں وقت اور ریاضیاتی اصول کارفرما ہیں۔ نپولین نے کیا خوب کہا تھا کہ ''ریاضی کی ترقی اور ترویج کا تعلق ریاست کی سالمیت سے وابستہ ہے'' اس بات میں کوئی شک نہیں کیونکہ ریاضی کے طریقے انسانیت کی ضرورت سے ہم آہنگ ہیں۔ ہر چھوٹی بڑی سرگرمی جیسے بازار سے خریداری' دعوت کی تیاری' بچوں کو سکول میں

داخل کرانا۔کسی پیشے کو اپنانا۔شادی کے انتظام اور جشن ۔ان تمام امور میں ریاضی کا عمل دخل نمایاں نظر آتا ہے۔ بظاہر اس میں ریاضی کا کوئی فارمولا یا سوال تو نظر نہیں آتا لیکن ان سرگرمیوں پر غور و خوض 'اچھے برے کی پہچان 'نفع ونقصان کا احساس اور تربیت اور تنظیم کا خیال دراصل ریاضی ہی کے تہ وصف ہیں۔ ہم دیکھتے ہیں کہ اگر کوئی ان پڑھ دیہاتی بازار جا کر ریڈیو خریدنا چاہتا ہے تو وہ کئی دکانوں سے ریڈیو کے نرخ اور کوالٹی دیکھے گا اور پھر کسی مناسب دکان سے ریڈیو خریدے گا۔اب کہنے کو تو شاید وہ ریاضی نہیں جانتا مگر دراصل باالواسطہ طور پر ریاضی ہی کا استعمال کر رہا ہوتا ہے۔

الغرض ریاضی کی عملی اقدار بے پناہ ہیں۔ یہی وجہ ہے کہ ریاضی کو عام زندگی اور سکول کے نصاب میں اہم مقام حاصل ہے۔موجودہ دور کی تیز رفتاری اور سائنسی حیثیت کو تسلیم کرنے کے بعد ریاضی کا استعمال اور کردار اور زیادہ اہم ہو گیا ہے۔

ریاضی میں مسلمانوں کا کردار

ریاضی اور اسکی تدریس میں مسلمانوں کا کردار ازل سے نمایاں اور اہم رہا ہے۔ شاید ہی ریاضی کی کوئی ایسی شاخ ہو جس میں مسلمانوں نے طبع آزمائی نہ کی ہو۔ مغربی مصنفین کی کتابوں سے مسلمانوں کی حساب' ابتدائی الجبرے اور جیومیٹری کے ارتقاء میں معلومات ملتی ہیں۔

جیسا کہ ہم جانتے ہیں کہ حساب کی ابتداء گنتی سے ہوئی۔ گنتی کی کتابت کا بہترین طریقہ ہندوستانیوں کی ایجاد ہے۔ اسلام سے پہلے عرب ہندسوں کا استعمال نہیں جانتے تھے اور عددوں کو لفظوں میں لکھتے تھے۔ پہلی صدی ہجری کے آخری حصہ میں عربوں نے یونانیوں کی تقلید میں ہندسوں کو حروفِ تہجی سے ظاہر کرنا شروع کیا۔ ہندسوں کے استعمال میں عرب دو حصوں میں بٹ گئے۔ ایک نے وہ ہندسے اختیار کیے جنہیں آج کل انگریزی ہندسے کہا جاتا ہے جبکہ دوسروں نے وہ ہندسے رواج دیئے جنہیں آج کل اردو ہندسے کے نام سے یاد کیا جاتا ہے۔

محمد بن موسیٰ الخوازمی نے یورپ میں نظامِ عشری کو رواج دیا۔ الخوارزمی خلیفہ مامون الرشید کے عہد میں ایک لائبریرین تھا۔ اس نے حساب کی ایک کتاب لکھی جس میں اعداد کی قرآت اور کتابت' ہندسوں کی مقامی قیمت' صحیح اعداد اور کسروں کے بنیادی اصولوں اور اعداد کے جذر اور طاقت کو اسطرح پیش کیا کہ اس زمانے کی کوئی کتاب اس کا مقابلہ نہیں کر سکتی۔ یہی وجہ ہے کہ حساب کے بنیادی عوامل کو اطالوی زبان میں Algnim کہا گیا۔ اور بعد میں قوت نما کو لکھنے کا طریقہ Logrith کے نام سے یاد کیا جانے لگا۔ بہت عرصہ تک یورپ والے یہ سمجھتے رہے کہ Logrith کا لفظ اطالوی دو لفظوں Logo اور *Akith* سے مرکب ہے۔ لیکن <u>1857</u>ء میں جب کیمبرج یونیورسٹی سے الخوازمی کے حساب کا اطالوی ترجمہ سامنے آیا تو غلط فہمی دور ہوگئی۔ فارسی کے مشہور شاعر عمر خیام نے ایران کے ملک شاہ سلجوقی کے حکم سے ایرانی کلینڈر میں ترمیم کر کے شمسی کیلنڈر بنا دیا۔ اس کیلنڈر کے مطابق پانچ ہزار سال کے بعد ایک دن کا فرق پڑتا تھا جبکہ عیسوی کیلنڈر میں 3398 سال بعد ایک دن کا فرق پڑتا تھا۔ گویا عمر خیام کا یہ کیلنڈر عیسوی کیلنڈر سے بہتر تھا۔ تیرھویں صدی میں فارسی

کے مشہور شاعر نصیر الدّین طوسی نے حساب کی ایک مستند کتاب لکھی۔ اور سولھویں صدی میں مصر کے مشہور ریاضی دان بہاؤ الدّین نے حساب کی ایک جامع کتاب لکھ کر ریاضی کے میدان میں ایک قابل قدر اضافہ کیا۔ ان دونوں کتابوں میں حساب کے بنیادی عوامل کے علاوہ تقسیم بہ اجزائے تناسب، شراکت اور اربعہ متناسبہ پر سیر حاصل بحث کی گئی۔ محمد بن موسیٰ الخوارزمی نے ریاضی کی ایک اور کتاب الجبرو المقابلہ کے نام سے لکھی۔ نفس مضمون کے لحاظ سے مساوات Equation کے بارے میں یہ پہلی کتاب تھی۔ اور جب اس کتاب کا ترجمہ یورپی زبانوں میں ہوا تو اس کا نام Algebra رکھا گیا۔

عربوں کو مستطیل، مربع، متوازالاضلاع، ذوزنقہ، مثلث اور دائرے کے رقبے نکالنے کی کلیات معلوم تھے اور وہ پائی کو 22/7 مانتے تھے۔ اور Hero Formula کے ذریعے مثلث کا رقبہ معلوم کر لیتے تھے۔ ہندوؤں کے زمانے میں راجہ تو ڈرمل کے بندوبست اراضی کی بڑی تعریف کی جاتی ہے حالانکہ راجہ تو ڈرمل سے سینکڑوں سال پہلے یہی کام حضرت عثمان بن حنیفؓ سرانجام دے چکے تھے۔ جب آپ کو خلیفہء وقت حضرت عمرؓ نے زمین کی پیائش کے بعد مالیہ وصول کرنے کا حکم دیا تو کثیر رقم دیکھ کر خلیفہ وقت کو شک گزرا کہ مالیہ کی وصولی میں جبر و تشدد سے کام لیا گیا ہے، مگر بعد میں پتہ چلا کہ حضرت عثمان بن حنیف نے محض نصف مالگزاری وصول کی تھی۔

جیومیٹری کے مؤجد بھی عرب بتائے جاتے ہیں۔ مصریوں نے اہرام مصر کی تعمیر اور دریائے نیل کی طغیانی کے بعد زمین کو از سرنو تقسیم کرنے کے لئے چند تجرباتی اصول وضع کئے تھے۔ یونانیوں نے بھی علم ہندسہ یعنی جیومیٹری کے سادہ اصول مصریوں سے سیکھے۔ مسلمانوں نے یونانیوں کی ریاضی میں لکھی ہوئی کتابوں کا عربی اور فارسی میں ترجمہ کیا اور اسطرح یورپ کو علم ہندسہ سے روشناس کرایا۔ مثلاً طوسی نے متوازی خطوط کے متعلق اقلیدس کے اصول موضوعہ کا ثبوت دیا۔ الخوارزمی نے مسئلہ فیثا غورث کا بالکل اچھوتا ثبوت دیا۔ القرشی نے مثلث کو تین برابر حصوں میں تقسیم کرنے کا طریقہ دریافت کیا۔ ابوالھیثم نے طریقہ اسقاط پر بحث کی۔ ابوالوفا نے ایک ہی رداس کی قوسیں لگا کر ہندسی شکل بنانے کا طریق دریافت کیا۔

تدریس ریاضی کے فائدے

تعلیم کا ایک اہم مقصد متعلقہ علم کو استعما کرنا ہوتا ہے۔ ریاضی کے مختلف اصولوں اور طریقوں کا استعمال عام زندگی میں بہت ہوتا ہے۔ گنتی، جمع، تفریق، ضرب، تقسیم اور وزن ایسے بنیادی عوامل ہیں کہ جن کا عملی زندگی میں بہت عمل دخل ہے۔ ان عوامل میں علم اور مہارت دراصل تعلیمی اداروں میں تدریسی ریاضی سے ہی مؤثر ہوسکتی ہے۔ کچھ مضامین میں غوروفکر کے بغیر بھی گزارہ ہوسکتا ہے لیکن ریاضی میں اس کے بغیر کوئی چارہ ہی نہیں۔ ضروری ہے کہ طلبہ بالکل صحیح سوچیں۔ اس میں کسی غلطی کی گنجائش نہیں ہوسکتی۔ ریاضی کا جواب یا تو صحیح ہوگا یا غلط۔ اور یہ معلوم کرنا بھی آسان ہے کہ جواب صحیح ہے یا غلط۔ گویا فوراً ہی طلبہ کے سوچ وبچار کا امتحان ہو جاتا ہے۔ اور یہ یقین کے ساتھ کہا جا سکتا ہے کہ طلبہ اور استاد میں کوئی اختلاف رائے نہیں۔ طلبہ جب کوئی سوال کرتے ہیں اور جب انہیں یقین ہو جاتا ہے کہ جواب صحیح ہے تو انہیں بہت خوشی حاصل ہوتی ہے۔ جبکہ دوسرے کئی مضامین میں کسی مسئلے کو صحیح یا غلط نہیں کہا جا سکتا۔ اس مسئلے پر بڑے بڑے ماہرین کا بھی اختلاف رائے ہوسکتا ہے۔

ریاضی میں طلبہ سوچ وبچار کرتے ہیں۔ اس میں ان کی ذاتی کاوش شامل ہوتی ہے اور اس کا تعلق اصلیت سے ہوتا ہے۔ طلبہ صرف سنی سنائی باتوں کو زبانی دہرا کر سوالات حل نہیں کرتا۔ اس کے برعکس دوسرے مضامین میں جو سوچ وبچار کیا جاتا ہے اس کا تعلق محض اصلیت سے نہیں ہوتا۔ زیادہ تر سیکھنے سے ہوتا ہے۔ چیزیں سیکھ لی جاتی ہیں اور محض زبانی یاد کر کے ان کو دہرا دیا جاتا ہے۔ ایسے طلبہ جن کا حافظہ اچھا ہو، قابلیت حاصل کر لیتے ہیں لیکن ریاضی میں محض حافظے کے زور سے کام نہیں چل سکتا۔ اس میں اصل سوچ وبچار لازمی ہے۔ اور یہ بھی ضروری ہے کہ سوچ وبچار کی یہ اصلیت درست بھی ہو اور یقینی بھی۔

جس طرح شروع شروع میں شدید قسم کی جسمانی ورزش مضر ہوتی ہے اسی طرح یہ بھی ضروری ہے کہ شروع میں بچوں کی ذہنی ورزش بہت آسان اور سہل ہو، ورنہ فائدہ کی بجائے نقصان

ہوگا۔شروع میں بہت آسان سوال لئے جاتے ہیں اوران کو بتدریج مشکل کیا جا سکتا ہے۔ریاضی کے ذریعے جو صحیح اور صاف سوچ کی طاقت حاصل ہوتی ہے وہ زندگی میں بہت کا آمد ثابت ہوتی ہے۔

ریاضی کے ہرسوال میں سوچنا پڑتا ہے، اس لئے خیالات کا اجتماع ضروری ہے۔ یہ خصوصیت ریاضی کے طلبہ میں خود بخود پیدا ہو جاتی ہے۔ ریاضی میں ہر نئے مسئلے کو حل کرنے میں حقیقی سوچ و بچار سے کام لینا پڑتا ہے۔ یہ ذاتی اور حقیقی سوچ و بچار سائنس کی ایک ایجاد کرنے کے مشابہ ہے۔ ریاضی کا ایک معمہ حل کرنا نئی ایجاد کی طرح ہے۔ گویا ریاضی کے مسائل حل کرتے ہوئے طلبہ کی قوت ایجاد میں اضافہ ہوتا ہے۔ وہ صرف دوسروں کی بتائی ہوئی چیزوں پر اکتفانہیں کرتا، اسے اپنی کامیابی پر بھروسہ ہوتا ہے۔ وہ دوسروں کے فیصلہ کی پرواہ یا انتظار نہیں کرتا۔

ریاضی کی تعلیم سے طلبہ میں باقاعدگی اور دیگر اچھی عادات کی تربیت ہوتی ہے اور مشکل مسائل کو حل کرنے سے طلبہ کی سچائی اور دیانت میں اضافہ ہوتا ہے۔ موجودہ دور کی ثقافتی اور تہذیبی ترقی بھی ریاضی ہی کی مرہون منت ہے۔ انسان کی رہن سہن، بول چال، اور دیگر ضروریات زندگی میں ریاضی کی ترقی کے بعد نمایاں تبدیلی آئی ہے۔ ریاضی دراصل پرانے اور نئی تقاضوں کے ملانے کا ذریعہ بھی ہے۔ ریاضی دیگر ثقافتی شعبوں مثلاً آرٹ، موسیقی، شاعری اور مصوری کیلئے بنیادی اہمیت کی حامل ہے۔ تقریباً سبھی سائنسدان ریاضی کے بھی بہت ماہر ہوتے ہیں۔

طریقہ ہائے تدریس ریاضی

(1) استقرائی طریقہ Inductive Method

روزمرہ زندگی میں بیسیوں ایسے واقعات پیش آتے ہیں کہ جن میں ہم اپنے مشاہدات کی روشنی میں نتائج اخذ کرتے ہیں۔مثال کے طور پر" سانپ ایک زہریلا جانور ہے"۔ "پانی ڈھلوان کی طرف بہتا ہے۔" "چیزیں اوپر سے نیچے کی طرف گرتی ہیں۔" یہ ایسے نتائج ہیں جو ہم نے اپنے تجربات اور مشاہدات پر قائم کئے ہیں۔ اسی طرح الجبرا میں زیادہ تر کلیے استقرائی طریقہ سے اخذ کئے جاتے ہیں، مثلاً یہ کلیہ اخذ کرنا کہ

$$(x+a)\ (x+b) = x^2+(a+b)\ x+ab$$

اس کلیے کو سیکھنے سے پہلے طلباء الجبرا میں ضرب کے طریقے سے بخوبی آشنا ہیں۔ اس مقصد کیلئے آسان قسم کی دو رکنی رقمیں لیکر طلباء کو ضرب دینے کیلئے کہا جائے مثلاً $x+5$ اور $x+7$ کی ضرب طلباء اس طرح کریں گے:

$$\begin{array}{l} x+5 \\ x+7 \\ \hline x^2+5x \\ \quad\ +7x+35 \\ \hline x^2+12x+35 \end{array}$$

ایسی بہت سی مثالیں لی جائیں اور تمام مثالوں کے نتائج تختہ سیاہ پر لکھے جائیں۔

$$(x+2)\ (x+3) = x^2+5x+6$$

$$(x+5)\ (x+6) = x^2+11x+30$$

$$(x-5)\ (x-3) = x^2-8x+15$$

$$(x+7)\ (x-4) = 2^2+3x-28$$

$$(x-11)\ (x+3) = x^2-8x-33$$

اب طلباء سے پوچھا جائے کہ بائیں طرف x اور دائیں طرف x^2 میں کیا تعلق ہے۔ بائیں

طرف کے 2 اور 3 اور دائیں طرف کے 5 اور 6 میں کیا تعلق ہے۔ اور اسی قسم کے سوالات دوسری تمام مثالوں کے بارے میں پوچھے جائیں۔ آخر میں طلباء خود یہ نتیجہ اخذ کریں کہ بائیں طرف کا x اور دائیں طرف کا x ضرب کھا کر x^2 ہو جاتا ہے اور پوری ضرب کیلئے وہ یہ پورا نتیجہ اخذ کرسکیں ایک طرف $x+$ اور دوسری طرف $x+$ کا حاصل ضرب x^2+ ہوگا، اور دونوں اعداد کا مجموعہ xx، دونوں اعداد کے حاصل ضرب کو کلیہ کی صورت میں یوں لکھا جائے گا:

$$(x+a)\ (x+b) = x^2+(a+b)\ x+ab$$

چنانچہ اس طرح کی مثالیں اس وقت تک طلبہ سے حل کرائی جائیں جب تک وہ خود یہ کلیہ اخذ نہ کرلیں۔ لیکن بعض اوقات احتیاط کے باوجود استقرائی طریقہ سے اخذ کئے ہوئے کلیے زیادہ قابل اعتماد نہیں ہوتے، مثلاً x^2+x+41 میں x کی مختلف قیمتیں رکھنے سے یعنی 1, 2, 3------ رکھنے سے (i) اگر $x=1$ تو $(1)^2+1+41 = 43$

$(2)^2+2+41 = 47$

$(3)^2+3+41 = 53$

اس سے یہ قیاس کیا جاسکتا ہے کہ اگر x ایک قدرتی عدد ہو تو اس جملے کی قیمت ایک مفرد عدد ہوگا۔ دیکھا جائے تو یہ قیاس غلط بھی ہوسکتا ہے۔ چنانچہ اگر $x=40$ تو

$(40)2^2 40+41 = 1681$

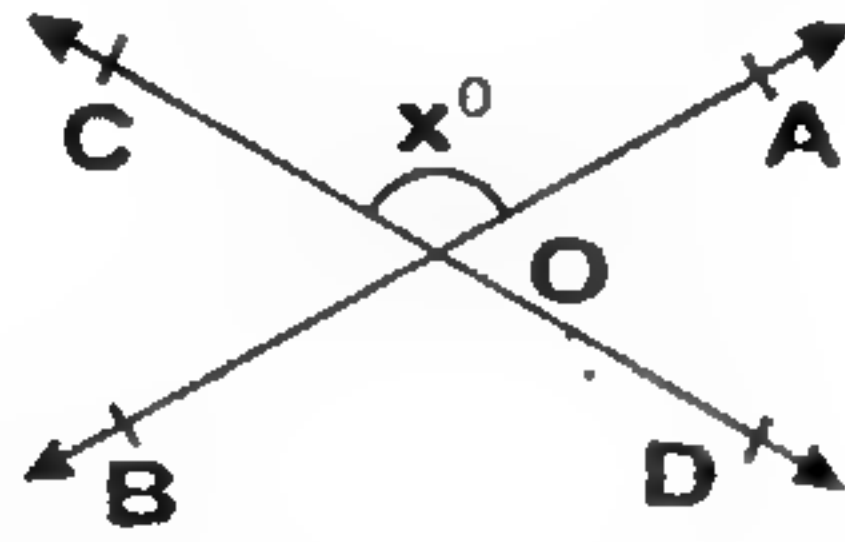
اور 1681 ایک مرکب عدد ہے۔ چنانچہ ریاضی کے اساتذہ کو چاہیئے کہ ریاضی کی تدریس میں مختلف طریقہ ہائے تدریس استعمال میں لائیں۔ یا اگر استقرائی طریقہ تدریس ہی اپنانا ہے تو مثالیں کافی تعداد میں لی جائیں اور اتنی زیادہ بھی نہ ہوں کہ بچے کی اکتاہٹ کا سبب بن جائیں۔ اور مثالیں اتنی کم بھی نہ ہوں کہ بچے جلد بازی اور غلط قسم کی تعمیم کے عادی بن جائیں۔ نیز کلیہ اخذ کرنے کے بعد اگر ممکن ہو تو اس کی صحت کو کسی نہ کسی طریقہ سے جانچ لیا جائے۔

(2) استخراجی طریقہ Deductive Method

اگر ہمیں بتایا جائے کہ ''انسان فانی ہے۔'' تو اس سے ہم یہ نتیجہ اخذ کرسکتے ہیں کہ اکبر ایک

انسان ہے اس لئے وہ فانی ہے۔ احمد ایک انسان ہے اسلئے وہ فانی ہے وغیرہ وغیرہ۔ اُردو لغت میں دین کے معنی مذہب، ایمان دئے ہوتے ہیں اور مذہب کے معنی دیکھے جائیں تو دین، ایمان، اس لئے اگر ان دونوں میں سے کسی ایک چیز کا تصور نہ ہو تو لغت کے ذریعے یہ دونوں مطلب سمجھ میں نہیں آئیں گے۔ اسی طرح جیومیٹری میں ایک عام صداقت اور اصول ہے کہ:

اگر دو خطوط ایک نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کریں تو اس طرح بننے والے راسی متقابہ زاویے مقدار میں برابر ہوتے ہیں۔

اب ایک مقرون مثال لیکر AOC> اور BOD> راسی زاویہ بنائے اور اگر AOC> کی مقدار x^0 ہوئی تو BOD> کی مقدار لازماً x^0 ہوگی۔

اوپر والی مثال سے ظاہر ہوا کہ ریاضی پڑھانے کیلئے دراصل استخراجی طریقہ ہی استعمال کرنا چاہیئے لیکن کلیات کو استعمال کرانے سے پہلے استقرائی طریقہ سے طلبہ سے اخذ کرائے جائیں۔ پھر اس قسم کے سوالات حل کرنے کیلئے استخراجی طریقہ استعمال میں لایا جائے۔

دراصل استخراجی طریقہ استقرائی طریقہ کا متضاد ہے۔ اس طریقہ تدریس میں ہم ایک اصول کی صداقت کو تسلیم کر لیتے ہیں اور منطقی استدلال کے ذریعے ضروری نتائج اخذ کرتے ہیں۔ مختلف نتائج کو اخذ کرنے کیلئے مختلف بیانات کی صداقت کو تسلیم کرنا ہوتا ہے۔ ان بیانات کو جن کی صداقت بغیر ثبوت کے تسلیم کر لی جاتی ہے بنیادی مفروضے کہتے ہیں۔ کچھ مفروضے ایسے ہوتے ہیں جو ریاضی کی مقداروں اور اعداد سے تعلق رکھتے ہیں:

مثلاً ''دو برابر مقداروں میں برابر مقداریں جمع کرنے سے مجموعے برابر رہتے ہیں۔

$$3 = 3$$

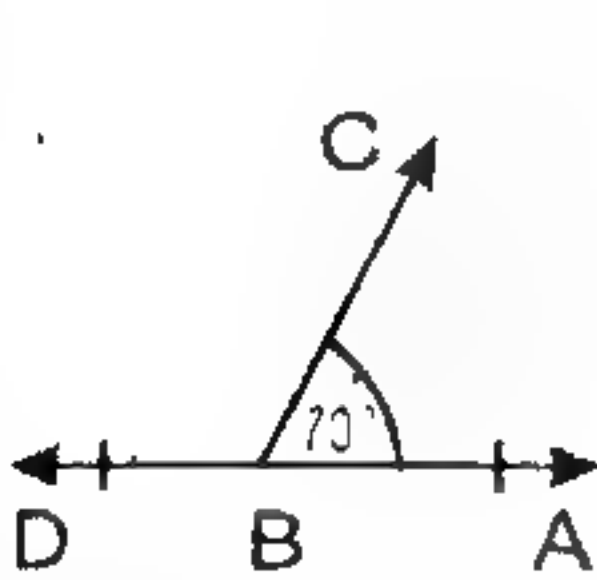
$$3+8 = 3+8 = 11$$

ایسے مفروضے کو اصول متعارفہ (Axioms) کہتے ہیں۔ کچھ مفروضے ایسے ہوتے ہیں جن کا تعلق جیومیٹری کی اشکال سے ہوتا ہے۔ مثلاً دو نقاط کے درمیان صرف اور صرف ایک ہی خط کھینچا جا سکتا ہے۔ ایسے مفروضے اصول موضوعہ Postulate کہلاتے ہیں۔

ان بنیادی مفروضوں اور تصورات کی مدد سے دوسرے تصورات اور اصطلاحات کی تعریف کی جاتی ہے اور اس طرح تصورات کی تعداد میں اضافہ ہوتا چلا جاتا ہے مثلاً ''مستطیل وہ متوازی الاضلاع ہے جس کا ایک زاویہ قائمہ ہو'' نیز چونکہ مربع کے ہر زاویہ کی مقدار 90° ہوتی ہے اور فرض کیا کہ ABCD ایک مربع شکل ہے اس لئے شکل ABCD کے ہر زاویہ کی مقدار 90° ہوگی۔

یہ بات یاد رہے کہ کسی بیان کو ثابت کرتے وقت ہمیں صرف اپنے تعریف شدہ یا غیر تعریف شدہ تصورات، بنیادی مفروضوں اور ثابت شدہ حقائق ہی کا سہارا لینا پڑتا ہے۔ لہٰذا ریاضی میں استعمال ہونے والی اصطلاحات کے مفہوم کو معین کرنے کیلئے ان کی واضح تعریفیں کر دینا ضروری ہوتا ہے مثلاً مستوی، خط اور نقطہ غیر تعریف شدہ اصطلاحات ہیں جن کی مدد سے ہم متوازی خطوط کی تعریف یوں کریں گے:

ایسے خطوط جو ایک دوسرے کو کسی نقطہ پر قطع نہ کریں اور ان کا درمیانی فاصلہ برابر رہے، متوازی خطوط کہلاتے ہیں۔ اس طرح ایک اصول موضوع یہ ہے کہ:

اگر دو متصلہ زاویوں کے بیرونی بازو ایک ہی خط پر واقع ہوں تو ان کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

اب اگر $\angle ABC$ اور $\angle CBD$ متصلہ ہوں، جن کے غیر مشترک بازو $\overline{BA}$ اور $\overline{BD}$ ایک ہی خط پر ہوں اور $m\angle ABC = 70^\circ$ ہو تو $m\angle CBD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ہوگی۔

C
70°
D B A

الجبرا میں کلیہ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ کا استعمال یوں کرایا جا سکتا ہے کہ مندرجہ ذیل میں خالی جگہ پُر کریں۔

(1) $(4x+2y)^2 = (4x)^2+2(..........)\ (..........) + (2y)^2$

(2) $(x+y)^3 = (x)^3+3(\ \ )^2\ (\ \ ) +3\ (\ \ )\ (\ \ )^2+(y\ )$

تحلیلی وترکیبی طریقہ تدریس Analytic and Synthetic Method

ریاضیاتی مسئلوں میں کچھ امور ''معلوم'' ہوتے ہیں اور کچھ امور دریافت کرنے ''مطلوب'' ہوتے ہیں۔ظاہر ہے کہ مسئلے کے حل کیلئے ''امور معلوم'' اور ''امور مطلوب'' کی درمیانی کڑیاں تلاش کی جاتی ہیں۔ان کڑیوں کی تلاش کے مندرجہ ذیل دو طریقے ہیں۔

(i) ''امر معلوم'' سے شروع کرکے ''امر مطلوب'' تک پہنچنا ترکیبی طریق Analytic Method کہلاتا ہے۔

(ii) ''امر مطلوب'' کو نقطہ آغاز سمجھ کر ''امر معلوم'' تک کا راستہ تلاش کرنا تحلیلی طریقہ Synthetic Method کہلاتا ہے۔

یاد رہے کہ ان دو طریقوں میں ترکیبی طریقہ تھوڑا مختصر ہوتا ہے جبکہ تحلیلی طریقہ نسبتاً لمبا ہوتا ہے۔چنانچہ ریاضی کی تدریس میں عموماً تحلیلی اور ترکیبی دونوں طریقے بیک وقت استعمال کئے جاتے ہیں۔ان کے استعمال کا طریقہ یہ ہے کہ کسی مسئلے کے حل کیلئے پہلے زبانی طور پر تحلیلی حل سوچا جاتا ہے اور اس کی روشنی میں اس کا ترکیبی حل لکھا جاتا ہے۔

مثال نمبر 1 امر معلوم = بیان A درست ہے۔

امر مطلوب = بیان D درست ہے۔

بیان A کی صداقت یا درستگی اور بیان D کی صداقت یا درستگی کی درمیانی کڑیاں ترتیب وار مندرجہ ذیل ہیں۔

تحلیلی طریقہ:
بیان D درست ہوگا اگر بیان C درست ہو۔
بیان C درست ہوگا بشرطیکہ بیان B درست ہو۔
بیان B درست ہوگا بشرطیکہ بیان A درست ہو۔
بیان A کی صداقت معلوم ہے اسلئے بیان D بھی درست ہے۔

ترکیبی طریقہ:
چونکہ بیان A درست ہے اسلئے بیان B درست ہے۔
چونکہ بیان B درست ہے اسلئے بیان C درست ہے۔

چونکہ بیان C درست ہے اسلئے بیان D درست ہے۔

مثال نمبر 2 اسطرح الجبرا میں ان دو طریقوں کے استعمال کیلئے مندرجہ ذیل مثال مزید وضاحت کر رہی ہے۔

تحلیلی طریقہ: (i) $(a-b)^2$ کی قیمت معلوم کی جا سکتی ہے اگر a^2+b^2-2ab کی قیمت معلوم ہو۔

(ii) ہم a^2+b^2-2ab کی قیمت معلوم کر سکتے ہیں اگر a^2+b^2 اور ab کی قیمتیں معلوم ہوں۔

(iii) a^2+b^2 اور ab کی قیمتیں معلوم ہیں اسلئے $(a-b)^2$ کی قیمت معلوم کی جا سکتی ہے۔

ترکیبی طریقہ: $(a-b)^2 = a^2+b^2-2ab$

فرض کریں $a^2+b^2 = 31$

$ab = 3$

تو $(a-b)^2 = 31 - 2 (3)$

$= 31 - 6$

$= 25$

مندرجہ بالا تحلیلی اور ترکیبی طریقوں پر غور کرنے سے پتہ چلتا ہے کہ تحلیل میں ہر اقدام کیلئے جواز موجود ہے اور یہی جواز ترکیبی طریقہ کیلئے رہنمائی فراہم کرتا ہے۔ نیز تحلیل سوچنے کی چیز ہے اور اس کی مدد سے ترکیبی حل مختصر لکھا جا سکتا ہے۔

مثال نمبر 3 فرض کریں کہ ایک دائرے کا رقبہ 616 مربع میٹر ہے اور ایک کھلاڑی کو 440 میٹر کی دوڑ لگانے کیلئے اس میدان کے کتنے چکر لگانے پڑیں گے۔

معلوم دائرے کا رقبہ = 616 مربع میٹر

کل فاصلہ = 440 میٹر

مطلوب = 440 میٹر دوڑنے میں چکروں کی تعداد

تحلیلی طریقہ:

(i) چکروں کی تعداد معلوم کی جا سکتی ہے اگر کل فاصلہ اور ایک چکر کا فاصلہ معلوم ہو۔

(ii) کل فاصلہ تو معلوم ہے لہٰذا ہمیں ایک چکر کا فاصلہ معلوم کرنا چاہیئے ،اس لئے دائرے کا محیط معلوم کرنا چاہیئے۔

(iii) محیط معلوم کیا جا سکتا ہے اگر رداس معلوم ہو۔

(iv) رداس معلوم کیا جا سکتا ہے اگر رقبہ معلوم ہو۔ جو امر معلوم ہے۔

پس معلوم اور مطلوب کی درمیانی کڑیاں مندرجہ ذیل ہوں گی۔

چکروں کی تعداد کیلئے محیط ،محیط کیلئے رداس اور رداس کیلئے رقبہ معلوم ہونا ضروری ہے۔

مندرجہ بالا تحلیل کی روشنی میں ترکیبی طریقہ یوں استعمال ہوگا۔

دائرے کا رقبہ 616 مربع میٹر

اور دائرے کا رقبہ $\pi \times r^2$

پس $\pi r^2 = 616$ مربع میٹر

Radius = r = رداس

اور $\pi = \frac{22}{7}$

لہٰذا $\frac{22}{7} \times r^2 = 616$ مربع میٹر

$$\frac{22}{7} \div 616 = r^2$$

$$r^2 = \frac{7}{\cancel{22}} \times \overset{28}{\cancel{616}} = 196 \text{ میٹر}$$

$$\sqrt{r^2} = \sqrt{196}$$

پس رداس = 14 میٹر

دائرے کا محیط = $\pi \times r \times 2$ = ایک چکر میں طے کردہ فاصلہ

پس ایک چکر میں فاصلہ = $\frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{2}{\cancel{14}} \times 2$ میٹر

چونکہ کل فاصلہ = 440 میٹر

پس چکروں کی تعداد = $\frac{\overset{2}{\cancel{440}}}{\cancel{88}} = 5$

آمادگی کی تکنیکیں

ریاضی ایک خشک مضمون تصور کیا جاتا ہے۔ بعض طلباء اس میں دلچسپی لینا چھوڑ دیتے ہیں جس کی وجہ سے وہ ریاضی میں کمزور رہتے ہیں اور اس کو اپنے لئے مشکل ترین مضمون سمجھنے لگتے ہیں۔ حالانکہ اسی کلاس میں ایسے لڑکے بھی ہوتے ہیں جو ریاضی کو آسان اور دلچسپ مضمون سمجھتے ہیں اور امتحان میں 80% سے زیادہ نمبر لیتے ہیں۔ بعض لڑکے ریاضی میں 100 نمبر بھی لیتے ہیں۔

وجہ یہ ہے کہ کمرہ جماعت میں ریاضی کی تدریس جس انداز میں ہوتی ہے اس کے مطابق طلباء کا اس مضمون کے بارے میں رویہ develop ہو جاتا ہے۔ اگر طریقہ تدریس سادہ آسان، اور دلچسپ ہو، بچوں کی مختلف سرگرمیوں کے ذریعے عملی شرکت ہو تو کوئی وجہ نہیں کہ بچے اس میں دلچسپی نہ لیں۔ مؤثر تدریس کے لئے بچوں کا سبق کیلئے آمادہ ہونا بہت ضروری ہے اور ایک کامیاب استاد تدریس کے اسی اصول کو ہمیشہ مدنظر رکھتا ہے۔ آمادگی کیلئے بہت سے نفسیاتی طریقے ہیں اور ایک معلم موقع و محل کے مطابق بعض دیگر طریقے بھی استعمال کر سکتا ہے۔ ریاضی کا معلم مؤثر تدریس کیلئے آمادگی کی مندرجہ ذیل تکنیکیں اپنا سکتا ہے۔

(I) کہانی سنانا (Tell a pertinent story):

بچے کہانیاں سننا بہت پسند کرتے ہیں۔ اپنے سبق سے متعلق مختصر سی کہانیاں سنا کر بچوں کو متوجہ کیا جا سکتا ہے لیکن اس میں یہ احتیاط ضروری ہے کہ کہانی لمبی اور غیر متعلقہ نہ ہو۔ تاکہ اصل سبق کیلئے زیادہ سے زیادہ وقت مل سکے اور کہانی سے سبق کے سمجھنے میں بھی مدد مل سکے۔

(II) افادیت (Indicate the usefulness of the topic)

سبق پڑھانے سے پہلے اگر سبق کی افادیت بچوں کو معلوم ہو جائے تو سبق میں انکی دلچسپی بڑھ جائے گی۔ اس سلسلے میں روزمرہ زندگی میں اس کا استعمال اور فائدے بتائے جا سکتے ہیں۔ فیصد، اوسط وغیرہ پڑھاتے وقت عملی زندگی میں اس کے استعمال کا بتانا بچوں کیلئے دلچسپی کا سبب ہوتا ہے۔

(III) معاونات کا استعمال (Use of A.V. Aids)

ریاضی میں کوئی بھی ایسا عنوان نہیں جس میں A.V. Aids نہ استعمال ہوسکتی ہوں۔ کم خرچ بالانشین کے مصداق ایک معلم Low Cost/No Cost مواد استعمال کر کے اپنی تدریس بہت مؤثر بنا سکتا ہے۔ اس مقصد کیلئے کنکریاں، کاغذ، درختوں کی شاخیں، ماچس کی تیلیاں، سرکنڈے، گتے کے ٹکڑے، گتے کے ڈبے اور اس قسم کی بے شمار چیزیں جو عموعی طور پر ردی سمجھی جاتی ہیں استعمال کی جاسکتی ہیں۔

Present a challenge (IV)

ایک ایسا سوال /معمہ بچوں کے سامنے پیش کرنا جس کے حل کیلئے بچوں کو سوچ بچار کرنا پڑے اور اس کے حل /جواب کیلئے ان کے اندر تجسس پیدا ہو مثلاً

ایک لڑکا ایک کارخانے میں ملازمت کیلئے جاتا ہے، انٹرویو کے دوران کارخانے کا منیجر اس سے پوچھتا ہے کہ اگر تمہیں ملازم رکھ لیا جائے تو -/10000 روپے ماہانہ تنخواہ لینا پسند کرو گے یا اس ترتیب سے آپ کو رقم دی جائے کہ پہلے دن ایک پیسہ، دوسرے دن دو پیسے، تیسرے دن 4 پیسے اور چوتھے دن 8 پیسے، یہاں تک کہ آپ کا مہینہ پورا ہو جائے۔ آپ کے خیال میں اسے کونسی تنخواہ قبول کرنی چاہیئے یعنی کونسی زیادہ ہے؟ بچوں کو سوچنے کا موقع دیا جائے اگر وہ صحیح نہ بتا سکیں تو استاد اس کی وضاحت کر دے کہ دوسری ترتیب میں اسکی تنخواہ کروڑوں میں بنتی ہے۔

(V) ریاضی بطور ذھنی تفریح (Recreational Methematics)

ریاضی دانوں نے بعض اعداد کی خاصیتیں دریافت کی ہیں۔ چار بنیادی عوامل کے حوالے سے ایسے دلچسپ کھیل وضع کئے ہیں جو بچوں کیلئے بہت زیادہ دلچسپی اور خوشی کا سبب ہیں۔ ان میں ان کی ذہنی ورزش، معلومات میں اضافہ، دلچسپ معلومات اور خوشی جیسے پہلو موجود ہیں۔ ان میں بچوں کیلئے تعلیم بذریعہ کھیل کا نفسیاتی طریقہ فراہم کیا گیا ہے۔ اگر معلم موقعہ محل کے مطابق اس تفریحی ریاضی کو کام میں لائے تو بچوں کیلئے بہت زیادہ دلچسپی کا سامان فراہم ہوسکتا ہے۔ مثلاً

2	9	4
7	5	3
6	1	8

ایک مربع میں 9 خانے بنا کر بچوں کو کہا جائے کہ ان خانوں میں 1 سے 9 تک ہند سے اس ترتیب سے لکھیں کہ ہر کالم اور ہر لائن اور وتری ترتیب سے تین ہندسوں کو جمع کرنے سے ایک ہی جواب آئے۔

بچے کوشش کریں گے۔ طریقہ سعی وخطا کے ذریعے کئی ترتیبوں سے ہندسوں کو لکھ کر جمع کا عمل کریں گے۔ ہوسکتا ہے کوئی لڑکا صحیح جواب فراہم کردے۔ اس کی حوصلہ افزائی کی جائے ورنہ معلم خانہ پُری کرکے بچوں کو بتائے۔ اب بچے خود ہر کالم میں ہر لائن میں اور ہر وتر میں تینوں ہندسوں کو جمع کرکے پڑتال کریں۔ جب جواب ایک ہی یعنی 15 پائیں گے تو خوش ہو جائیں گے۔ وہ اپنے پاس اس کو نوٹ کرلیں گے اور گھر میں بہن بھائیوں اور دوسرے ساتھیوں سے یہ سوال پوچھیں گے۔ جب وہ نہیں بتا سکیں گے تو بچے ان کو بتا کر ایک عجیب خوشی محسوس کریں گے جس سے ان کے اندر خود اعتمادی پیدا ہوگی اور ریاضی کی طرف رجحان بڑھے گا۔

May 77

S	M	T	W	T	F	S
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

(2) اسی طرح معلم کسی بھی سال کا کیلنڈر بچوں کے سامنے لاکر اس کے کسی ایک مہینے کی 9 تاریخوں کے گرد مربع کھینچے (جس طرح شکل میں دکھایا گیا ہے) اب بچوں کو کہا جائے کہ اس مربع کے اندر اعداد کے درمیانی کالم اور درمیانی لائن اور وتری اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔ وہ یہ معلوم کرکے حیران ہو جائیں گے کہ

درمیانی کالم میں تینوں اعداد کا مجموعہ 33 ہے۔

درمیانی لائن کے تینوں اعداد کا مجموعہ بھی 33 ہے۔

اور دونوں وتروں کے تینوں اعداد کا مجموعہ بھی 33 ہے۔

اب بچے گھر میں بھی مختلف سالوں کے کیلنڈروں کے مختلف مہینوں کی مختلف تاریخوں پر اس کی پڑتال کریں گے۔ دوسروں کو بھی یہ کھیل دکھائیں گے اور خوشی محسوس کریں گے۔ اور ریاضی کو ایک بہت ہی دلچسپ مضمون سمجھیں گے۔

(3) 9 کا پہاڑہ بنانا

استاد ایک بچے کو بورڈ پر بلا کر کہے کہ وہ 0 سے 9 تک ہندسوں کو کالم کی شکل میں اوپر سے نیچے کی طرف لکھے۔ پھر دوسرے لڑکے کو بلا کر کہا جائے کہ وہ ان ہندسوں کے دائیں جانب نیچے سے اوپر کی طرف 0 سے 9 تک ہندسے لکھے۔ تیسرے لڑکے کو یہ دو ہندسی اعداد پڑھنے کیلئے کہے۔ جب تیسرا لڑکا پڑھے گا 09, 18, 27, 36 تو بتایا جائے کہ یہ 9 کا پہاڑہ بن گیا۔

09
18
27
36
45
54
63
72
81
90

(4) کسروں کا مقابلہ (کونسی کسر بڑی اور کونسی چھوٹی ہے)

طلباء کو بتایا جائے کہ دو دی ہوئی کسروں میں کونسی بڑی اور کونسی چھوٹی ہے۔ اس کا ایک آسان طریقہ بھی موجود ہے کہ کسروں کے شمارکندوں کو مخالف مخارج کے ساتھ ضرب دیکر حاصل ضرب اسی کسر کے ساتھ لکھ دیا جائے جو حاصل ضرب بڑا ہو گا وہی کسر بڑی ہے۔

$$810 \leftarrow \frac{30}{31} \times \frac{25}{27} \rightarrow 775$$

$$\frac{30}{31} > \frac{25}{27}$$

(5) عدد 9 کی خاصیت:

9 کو کسی عدد سے ضرب دینے سے جو عدد حاصل ہوتا ہے اس کے ہندسوں کا مجموعہ بھی 9 ہی ہوتا ہے۔

9 x 1 = 9 ، 9
9 x 2 = 18, 1 + 8 = 9
9 x 3 = 27, 2 + 7 = 9
9 x 4 = 36, 3 + 6 = 9
9 x 5 = 45, 4 + 5 = 9
9 x 10 = 90, 9 + 0 = 9

(6) عدد 37 کی خاصیت:

37 کو اگر 3 کے اضعاف سے ضرب دی جائے تو حاصل ضرب کا عدد، ایک ہی ہندسہ کے تکرار والا عدد ہوتا ہے۔ اور اس عدد کے ہندسوں کا مجموعہ بھی وہ ضعف ہوتا ہے جس کے ساتھ 37 کو ضرب دی گئی ہے۔

37 x 3 = 111 , 1+1+1 = 3
37 x 6 = 222 , 2+2+2 = 6
37 x 9 = 333 , 3+3+3 = 9
37 x 12 = 444 , 4+4+4 = 12
37 x 15 = 555 , 5+5+5 = 15

(7) 142857 کی خاصیت:

142857 کو پہلے 6 قدرتی اعداد سے ضرب دینے سے جو عدد حاصل ہوتا ہے اس میں اسی عدد کے ہندسوں کی تکرار (repetition) ہوتی ہے اور ایک خاص ترتیب سے (repeat) ہوتے ہیں۔

142857 x 2 = 285714
142857 x 3 = 428571
142857 x 4 = 571428
142857 x 5 = 714285
142857 x 6 = 857142

(8) عدد 1089 کی خاصیت:

1089 کو پہلے 9 قدرتی اعداد سے باری باری ضرب دینے سے جو اعداد حاصل ہوتے ہیں، ان میں 1 ' 9 سے ضرب دینے سے حاصل ضرب میں ایک جیسے ہندسے مختلف ترتیب سے آتے ہیں۔ اسی طرح (8 , 2) - (7 , 3) - (6 , 4) کے حاصل ضرب میں ہندسوں کا تکرار ہے۔ مگر ترتیب مختلف ہے۔

1089 x 1 = 1089
1089 x 2 = 2178
1089 x 3 = 3267
1089 x 4 = 4356
1089 x 5 = 5445
1089 x 6 = 6593
1089 x 7 = 7623
1089 x 8 = 8712
1089 x 9 = 9801

Rohmbic Method (9)

2222 x 2222 (i)

```
    2222
    2222
   ------
      04
     0404
    040404
   04040404
    040404
     0404
      04
   -------
   4937284
```

55555 x 55555 (ii)

```
      55555
      55555
   ----------
        25
       2525
      252525
     25252525
    2525252525
     25252525
      252525
       2525
        25
   ----------
   3086358025
```

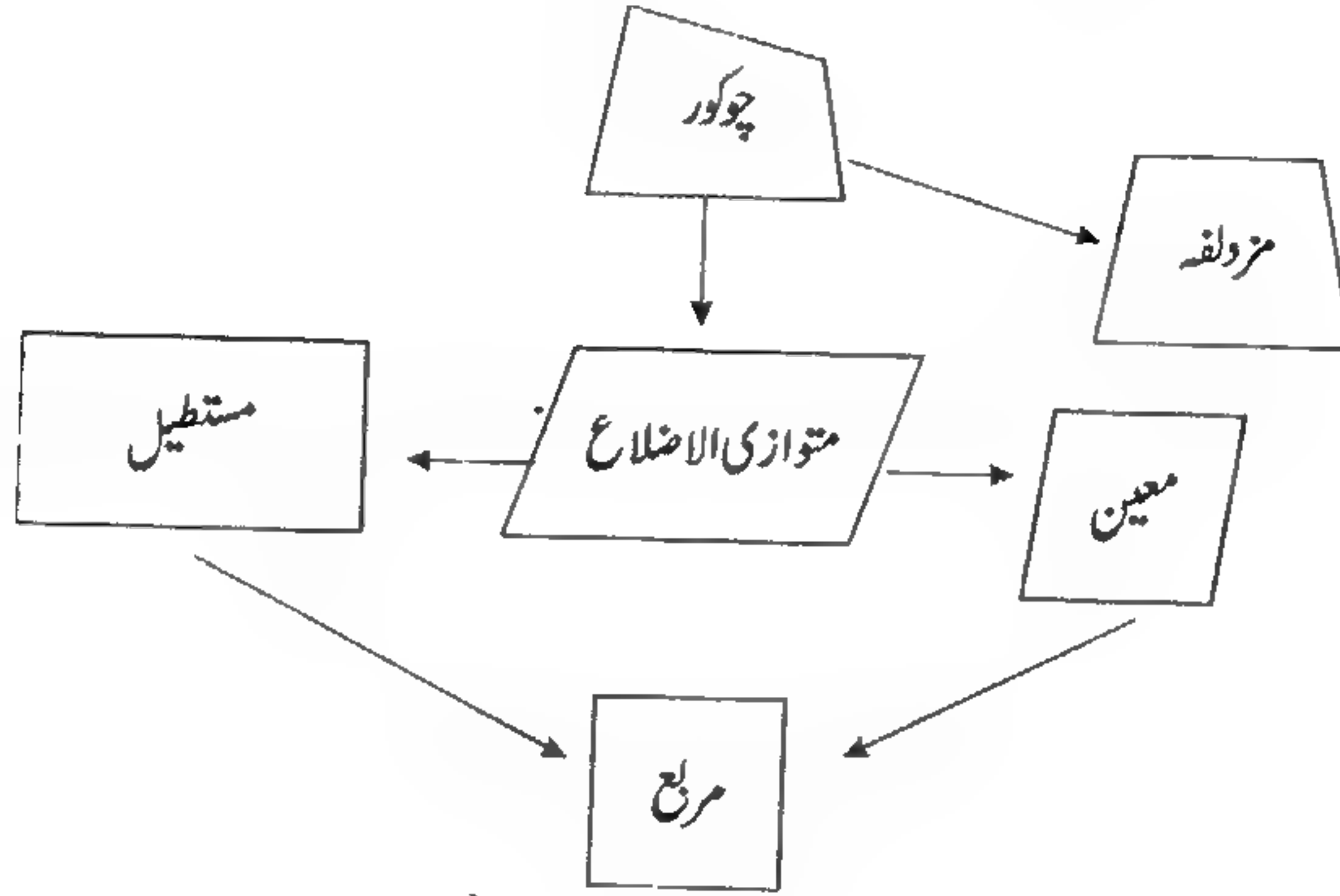
66666 x 66666 (iii)

```
      66666
      66666
   ----------
        36
       3636
      363636
     36363636
    3636363636
     36363636
      363636
       3636
        36
   ----------
   4444355556
```

8888 x 3333 (iv)

```
    8888
    3333
   ------
      24
     2424
    242424
   24242424
    242424
     2424
      24
   --------
   29623704
```

(VI) کسی تصور کی منطقی ترتیب:

چوکور کے تصور / شکل سے چوکور کی اقسام کا تصور دینا۔

CLASSROOM MANAGEMENT

Classroom Setting:

تدریس ریاضی میں تختہ تحریر کی اہمیت کا انکار نہیں کیا جاسکتا۔ جماعت کے تمام طلباء بورڈ سے استفادہ کرسکیں اس کیلئے کمرہ جماعت کی Setting بہت اہم ہے۔ نشستوں کی ترتیب اور کلاس کی ہر چیز قرینے سے رکھی ہوئی ہو۔ تختہ تحریر مناسب جگہ پر ہو اور سب کو نظر آرہا ہو۔

Keep the Classroom tidy:

کمرہ صاف ستھرا اور ہوادار ہو، تاکہ طلباء اس میں بیٹھ کر بشاشت محسوس کریں ورنہ گندی اور گھٹن کی فضا میں اُن کے ذہن بھی متاثر ہوں گے جس کا تدریس پر منفی اثر پڑے گا۔ معلم بچوں کو اس بات کا عادی بنائے کہ وہ کمرے کی صفائی کا خاص خیال رکھیں۔

Establish a routine:

استاد کا کمرہ جماعت میں داخل ہونا، کمرہ جماعت کو چھوڑنا، وقت پر آنا اور پورا وقت پڑھانا، اگر پوری پابندی کے ساتھ ہو تو بچے استاد کے بارے میں ایک اچھی رائے قائم کرلیتے ہیں۔ انہیں استاد کی عادات، اس کے مزاج، پسند وناپسند اور طریقہ کار سے موانست پیدا ہوجاتی ہے۔ اس سے نہ صرف وہ استاد کی ان اچھی عادات کو پسند کرتے ہیں بلکہ اس کے مضمون ریاضی میں بھی دلچسپی لینے لگتے ہیں۔ بچوں کو ایسے استاد کے پیریڈ کا انتظار رہتا ہے۔

Learn Names

استاد کو بچوں کے نام یاد ہونے چاہئیں، جب بھی کسی بچے کو پکارنے کی ضرورت پڑے تو اس کو اس کے نام سے پکارے، اس سے بچے کو استاد کی شفقت اور اپنی اہمیت کا احساس پیدا ہوگا۔

Start out strict

شروع میں استاد کو ذرا سختی کا معاملہ کرنا چاہئیے ۔ کمرہ جماعت میں نظم وضبط، گھر کے کام کی

پڑتال، صفائی، اور دیگر ایسے امور کے معاملے میں سخت رویہ بچوں میں اچھی عادات پیدا کرنے میں معاون ثابت ہوتا ہے بعد میں قدرے نرمی اختیار کر لی جائے۔

Use Correct language

بچے استاد کی نقل اتارتے ہیں۔ استاد کا تلفظ، اس کی تحریر بچوں کیلئے نمونہ ہوتے ہیں۔ اس لئے استاد کی یہ کوشش ہو کہ وہ کمرہ جماعت میں تلفظ درست رکھے۔ ریاضی میں، صعف، تجزی، جدول، اور لوگرتھم (لوگارتھم) اصطلاحات استاد کے غلط تلفظ کی وجہ سے بچوں کو غلط العام ہو جاتی ہیں۔

Work for the entire period

استاد اپنے تدریسی کام میں پورا پیریڈ مصروف رہے۔ اس مقصد کیلئے سبق کی بہترین منصوبہ بندی ضروری ہے۔ تدریسی مواد کی مقدار کا تعین، مختلف سرگرمیوں کیلئے وقت کا تعین، گھنٹہ کے دورانیہ کے مطابق ہو۔ وقت سے پہلے سبق کا ختم ہو جانا یا سبق کی تکمیل سے پہلے وقت ختم ہو جانا۔ دونوں باتیں سبق کو کسی منطقی نتیجہ پر نہیں پہنچاتیں۔ اس سے بچے عدم دلچسپی کا شکار ہو جاتے ہیں۔

Don't Sit down

استاد اپنے تدریسی گھنٹہ کے دوران کرسی پر نہ بیٹھے۔ بغیر تدریسی عمل کے کرسی پر بیٹھ جانا تو بہت ہی معیوب ہے۔ بیٹھ کر تدریس کرنے سے بھی تدریس کا حق ادا نہیں ہوتا۔ اس سے تختہ تحریر کا استعمال، استاد کی حرکات وسکنات، پوری کلاس کو زیر نظر رکھنا، اور نگرانی وراہنمائی جیسے اہم امور سرانجام نہیں دیئے جا سکتے۔ سچی بات یہ ہے کہ کمرہ جماعت میں ریاضی پڑھانا اور کرسی پر بیٹھنا دو متضاد باتیں ہیں۔

Distribute and Collect material efficiently

اگر کمرہ جماعت میں کوئی تحریری مواد پرچہ وغیرہ تقسیم کرنا ہو تو بڑی چستی کے ساتھ یہ عمل کیا جائے۔ اس طرح واپس لینے میں پھرتی دکھائی جائے۔ اس میں وقت کی بچت کے ساتھ ساتھ نظم

وضبط کا برقرار رہنا اور حصول مقصد بھی ہے۔

Check attendance daily

استاد کیلئے کمرہ جماعت میں روزانہ حاضری کی پڑتال بھی ضروری ہے۔ غیر حاضر بچہ سبق کا تسلسل قائم نہ رہنے کی وجہ سے اگلے سبق کو سمجھنے سے قاصر رہتا ہے۔ یہ چیز یں ریاضی میں کمزوری کا سبب بنتی ہے۔ ریاضی کا ہر سبق دوسرے سے مربوط ہوتا ہے۔ یہ سیڑھی کے زینہ کی طرح ہر اگلہ درجہ پہلے درجے کی بنیاد پر ہوتا ہے۔ روزانہ کی حاضری کی پڑتال سے بچہ حاضر باش رہنے کا عادی بن جا تا ہے۔

Prevent Cheating on tests

امتحان میں نقل کی حوصلہ شکنی بھی بہت ضروری ہے۔ اس سے بچوں میں محنت کرنے اور اپنے پاؤں پر کھڑا ہونے کی صلاحیت پیدا ہوگی اور بیسا کھیوں کے سہارے چلنے کی حوصلہ شکنی ہوگی۔

Encourage active envolvement

استاد سبق میں بچوں کی عملی شرکت کی حوصلہ افزائی کرے۔ بچوں میں خود اعتمادی پیدا کرنا ہمارے اہم تعلیمی مقاصد میں سے ہے۔ سیکھنے والے سے ہمیشہ غلطیاں ہوتی ہیں۔ غلطی پر طعن و تشنیع کی بجائے راہنمائی اور حوصلہ افزائی کی ضرورت ہوتی ہے۔

Unacceptable teachers' Practices

استاد کی مندرجہ ذیل عادات کو بچے عام طور پر پسند نہیں کرتے:

(1) کمرہ جماعت میں اکثر دیر سے آنا۔

(2) پیریڈ کے دوران کمرہ جماعت کو چھوڑ کر باہر کسی ساتھی استاد سے گپ شپ لگانا۔

(3) پڑھائے جانے والا سبق تلاش کرنے کیلئے کتاب کی ورق گردانی کرنا جبکہ طلباء انتظار کر رہے ہوں۔

(4) بہت پیچیدہ مثالیں دینا۔

(5) سبق پڑھانے سے پہلے بچوں کو سبق کیلئے آمادہ نہ کرنا۔

(6) کمرہ جماعت میں استاد کا ناشائستہ زبان استعمال کرنا۔ بچوں کو طعن وتشنیع، گالی گلوچ اور بُرے ناموں سے پکارنا۔

(7) تختہ تحریر کو استعمال کر کے فوراً مٹا دینا۔

(8) تدریس میں بہت تیز رفتاری یا بہت سست رفتاری سے کام لینا۔ بہت تیز یا بہت آہستہ بولنا

ریاضی

جماعت ششم

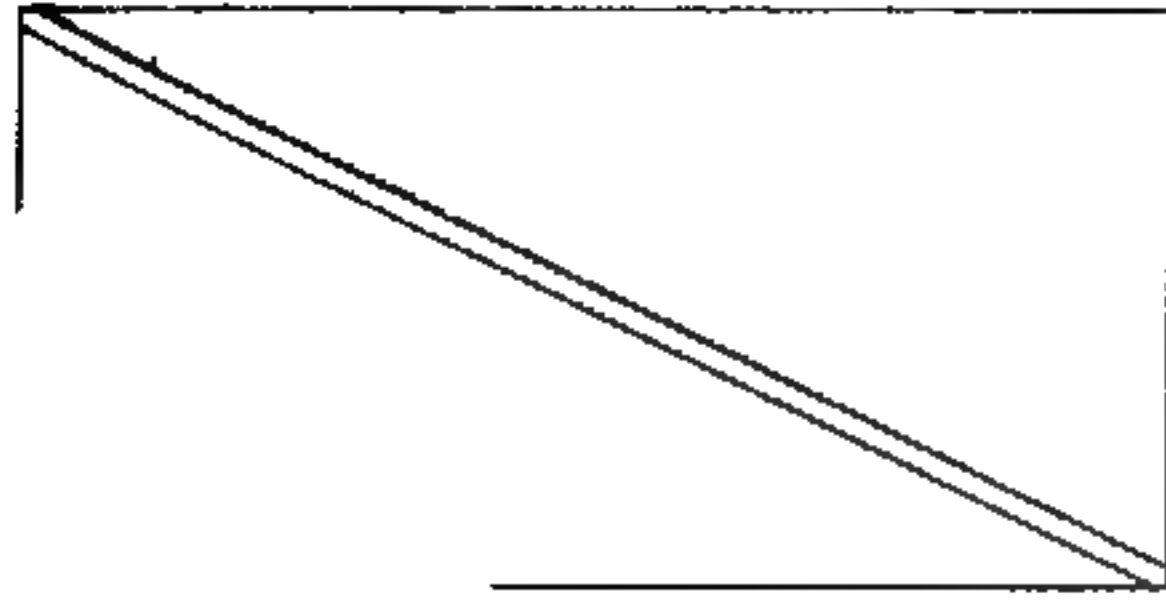
مثلثی علاقے کا رقبہ

مقاصد: اس ماڈیول کی تدریس کے بعد بچے قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ معلوم کرنے کا کلیہ سمجھ جائیں گے۔کلیہ کی مدد سے ایسے سوالات حل کر سکیں گے جن میں مثلث قائمۃ الزاویہ کا رقبہ معلوم کرنا ہو۔ بچے ہر ایسی مثلث کا رقبہ معلوم کر سکیں گے جس کے قاعدہ اور عمود کی لمبائیاں دی ہوئی ہوں ۔ اس سے متعلقہ عبارتی سوالات حل کریں گے۔

درسی مواد کی وضاحت: مستطیلی علاقہ کو بذریعہ وتر دو قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ بچوں کو سمجھایا جائے گا کہ یہ دونوں مثلثیں باہم متماثل ہیں اس لئے رقبے میں برابر ہیں۔ اس طرح بچوں کیلئے یہ سمجھنا آسان ہو جائیگا کہ ایک مثلثی علاقہ، مستطیلی علاقہ کا نصف ہوتا ہے۔ بچے جانتے ہیں کہ مستطیلی علاقے کا رقبہ = طول x عرض

$$\text{لہٰذا مثلثی علاقے کا رقبہ} = \frac{\text{طول} \times \text{عرض}}{2}$$

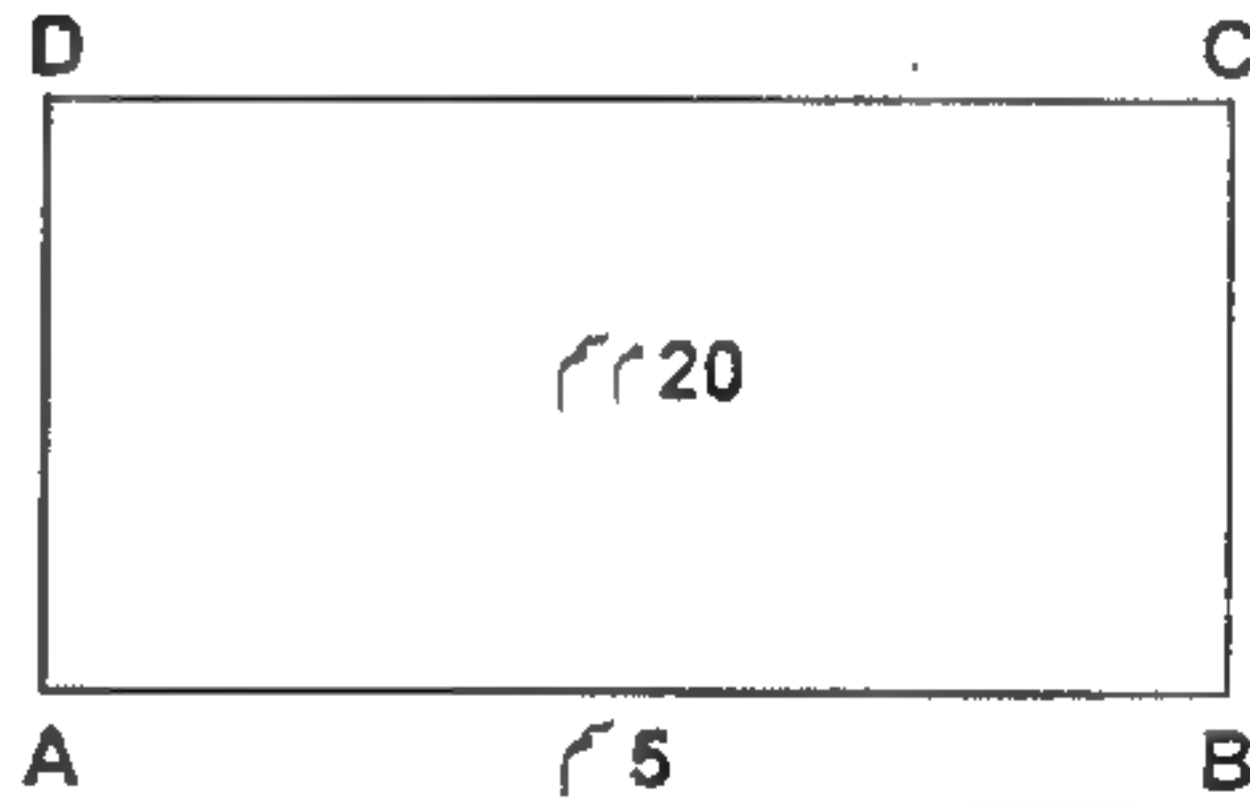
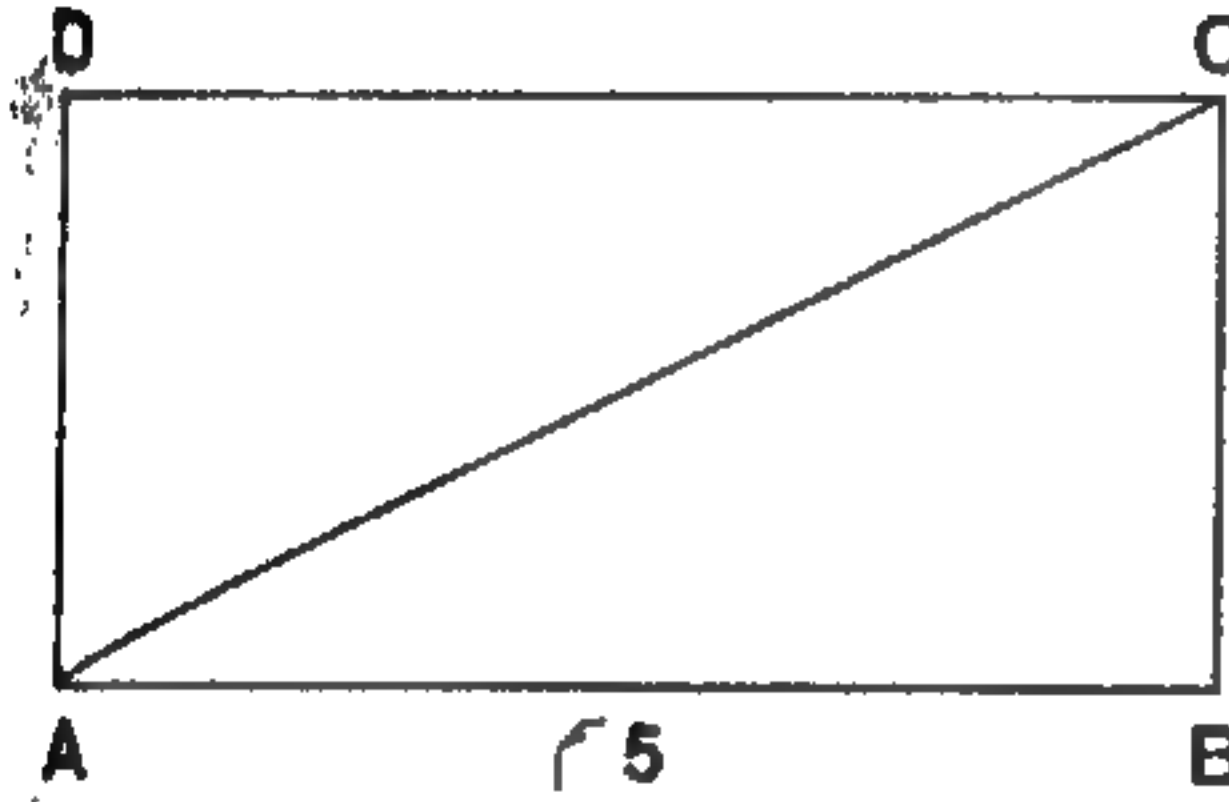
سابقہ واقفیت: بچوں کو رقبے کا تصور ہے۔ وہ مستطیل کا رقبہ معلوم کر سکتے ہیں۔ طول وعرض، قطعہ خط، زاویہ، زاویہ قائمہ، مستطیل، متوازی الاضلاع جیسی اصطلاحات سے واقف ہیں۔ بچے حادہ زاویہ، قائمہ زاویہ اور منفرجہ زاویہ سے بھی واقف ہیں۔ بچے اپنے ماحول میں ایسی چیزوں سے بھی واقف ہیں جو پیمائش کے حساب سے فرخت ہوتی ہیں۔ گھر کی تعمیر میں کمروں، دروازوں، کھڑکیوں اور شیشوں وغیرہ کی پیمائش کا وہ مشاہدہ کرتے رہتے ہیں۔

سرگرمیاں: استاد میز پر گتے رموٹے کاغذ کی بنی ہوئی چند مختلف قسم کی مثلثیں رکھے اور ایک بچے کو بلا کر کہے کہ ان میں سے قائمۃ الزاویہ مثلث اٹھائے۔ دوسرے بچے سے پوچھا جائے کہ اس مثلث میں قائمہ زاویہ کونسا ہے۔ تیسرے بچے سے سوال کیا جائے کہ قائمہ زاویہ کے سامنے والے ضلع کو کیا کہتے ہیں۔ اگر بچہ نہ بتا سکے تو استاد خود بتادے کہ مثلث قائمہ زاویہ کے سامنے والے ضلع کو وتر کہا جاتا ہے۔ یہاں استاد مثلث کے قاعدہ اور ارتفاع (عمود) کی بھی وضاحت کردے۔

استاد بچوں کو دو متماثل قائمۃ الزاویہ مثلثیں دیکر ان کو جوڑنے کیلیئے کہے اس طرح کہ وتر، وتر کے ساتھ رکھا جائے۔ دو متماثل قائمہ زاویہ مثلثوں کو وتر کے بل جوڑنے سے جونئی ہندسی شکل بنتی ہے اس کے بارے میں بچوں سے پوچھا جائے کہ یہ کونسی شکل ہے۔

متوقع جواب۔۔۔۔۔۔۔۔ مستطیل

گتے یا کاغذ کی بنی ہوئی مستطیل جس کا طول 5 سم اور عرض 4 سم ہو بچوں کو دکھا کر ایک بچے سے اس کا رقبہ پوچھا جائے۔

مستطیل کا رقبہ = طول x عرض

= 5 x 4   20 م سم

دوسرے بچے کو بلا کر کہا جائے کہ مستطیل ABCD کے وتر AC کو قینچی سے اس طرح کاٹیں کہ مستطیل ABCD دو حصوں میں تقسیم ہو جائے۔

استاد بچوں سے پوچھے کہ ان دو اشکال کو کیا کہتے ہیں۔ جواب۔۔۔۔۔۔ مثلثیں

کیا یہ دونوں آپس میں برابر ہیں؟

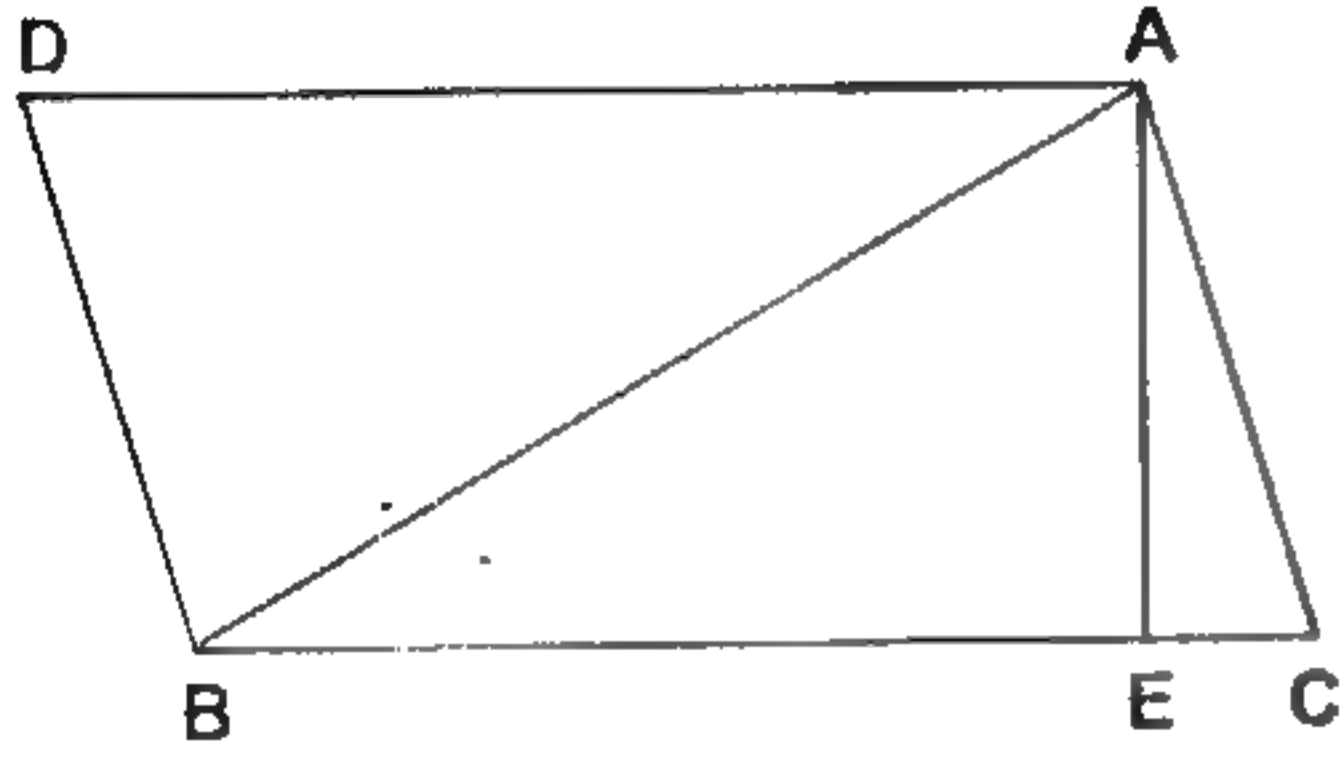
اس بات کی تصدیق دونوں مثلثوں کو ایک دوسرے پر منطبق کر کے بچوں کے سامنے کی جائے۔

اب استاد بچوں سے پوچھے کہ ایک مثلث پوری مستطیل کا کونسا حصہ ہے۔

متوقع جواب۔۔۔۔ 1/2 یا نصف

مستطیل کا رقبہ بچے بتا چکے ہیں کہ 20 م سم ہے۔ لہٰذا مثلث کا رقبہ = 20/2 = 10 م سم

یہاں استاد اس بات کی وضاحت کرے کہ مستطیل کا طول مثلث کا قاعدہ ہے۔ اور مستطیل کا عرض، مثلث کا عمود ہے،

اس طرح مثلثی علاقے کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ x ارتفاع}}{2}$

استاد بورڈ پر کوئی مثلث ABC لیکر اس کے قاعدہ BC پر ایک متوازی الاضلاع بنائے۔ نقطہ A سے BC پر عمود گرائے۔ ایک بچے سے پوچھا جائے کہ متوازی الاضلاع BCAD کا رقبہ کیسے معلوم کریں گے۔

جواب: BCAD کا رقبہ = m BC x m AE (قاعدہ x ارتفاع)

استاد وضاحت کرے کہ متوازی الاضلاع BCAD کا رقبہ مثلث ABC کے رقبے کا دگنا ہے۔

اسلئے مثلث ABC کا رقبہ = 1/2 mBC x mAE

یعنی $\frac{\text{قاعدے کی مقدار x عمود کی مقدار}}{2}$

استعدادی مشق وجائزہ:

1- قایمۃ الزاویہ مثلث ABC کا قاعدہ 9 سم اور ارتفاع 4 سم ہے۔ اس کا رقبہ معلوم کریں۔

2- مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں جبکہ قاعدہ کی لمبائی 3.7 سم اور عمود کی لمبائی 6.5 سم ہو۔

3- ایک مثلثی علاقہ ABC کا رقبہ معلوم کریں جس کے قاعدے کی مقدار 4.6 سم اور عمود کی مقدار 2.4 سم ہو۔

4- ایک مثلثی علاقے کا رقبہ کتنا ہوگا جس کے قاعدہ کی مقدار 45 میٹر اور عمود کی لمبائی 15.8 میٹر ہو۔

ریاضی

جماعت ششم

"اوسط"

مقاصد:

- ☆ اس ماڈیول کے ذریعے بچے ریاضی میں اوسط کا مفہوم اچھی طرح سمجھ جائیں گے۔
- ☆ روزمرہ زندگی میں جن اوسط مقداروں سے سابقہ پڑتا ہے مثلاً اوسط درجہ حرارت، گاڑی کی اوسط رفتار فی گھنٹہ، جماعت کے بچوں کی اوسط عمر، یومیہ اوسط آمدن، ماہوار اوسط خرچ، اوسط قیمت وغیرہ جیسے تصورات کو اچھی طرح سمجھ جائیں گے۔
- ☆ بچوں پر یہ بھی واضح ہو جائے گا کہ اوسط مقدار چند دی گئی مقداروں کی نمائندہ مقدار ہوتی ہے۔
- ☆ بچے اوسط معلوم کرنے کا مندرجہ ذیل قاعدہ سمجھ جائیں گے۔

$$\text{اوسط مقدار} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$$

- ☆ نیز بچوں کو مندرجہ بالا کلیہ سے یہ نتیجہ اخذ کرنا بھی آجائے گا کہ

مقداروں کا مجموعہ = مقداروں کی تعداد x اوسط مقدار

سابقہ واقفیت:

بچے، جمع، تفریق، ضرب و تقسیم کے عمل سے واقف ہیں۔ وہ مرکز، درمیان، وسط جیسے الفاظ کا مفہوم سمجھتے ہیں اور چند مسلسل اعداد کا حسابی اوسط معلوم کر سکتے ہیں۔ اوسط کے سادہ عبارتی سوال بھی حل کر سکتے ہیں۔

سرگرمیاں:

بچے اوسط کے سادہ سوالات حل کر سکتے ہیں۔ اعادہ کے طور پر استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل عبارت لکھے گا۔

اگر اسلم جمعرات، جمعہ، ہفتہ اور اتوار کو بالترتیب 7 روپے، 6 روپے، 9 روپے اور 10 روپے خرچ کرے تو اس کا روزانہ اوسط خرچ معلوم کرو۔ استاد بچوں سے پوچھے گا کہ سوال میں اسلم کا کتنے دنوں کا علیحدہ علیحدہ خرچ دیا ہوا ہے۔

جواب: 4 دنوں کا

استاد دوبارہ پوچھے گا کہ اسلم نے ان 4 دنوں میں کل کتنے روپے خرچ کئے۔

جواب: 7 + 6 + 9 + 10 = 32 روپے

تو اسلم کا ان چار دنوں میں روزانہ اوسط خرچ کیا ہوا؟

جواب: = 32/4 یعنی $\frac{\text{دی ہوئی مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$ = 8

معلوم ہوا کہ اسلم اوسطاً روزانہ 8 روپے خرچ کرتا ہے۔ اس کے بعد آسان سے مشکل کی طرف کی ترتیب پر استاد درج ذیل سوال لکھے گا۔

مثال نمبر1: پانچ اعداد کی اوسط 70 ہے۔ اگر ان میں سے پہلے 4 اعداد 70، 30، 65 اور 30 ہوں تو پانچواں عدد بتائیے۔

بچوں کو سبق میں شریک کرتے ہوئے استاد سوال و جواب کا انداز اختیار کرے گا۔

پانچ اعداد کی اوسط 70 ہے اور پانچ اعداد کا مجموعہ کیا ہوگا؟

جواب: 7 x 5 = 350

استاد دوبارہ پوچھے گا کہ 5 اعداد کا مجموعہ بھی معلوم ہو گیا اور 4 اعداد بھی معلوم ہیں۔ ان معلوم اعداد کی مدد سے پانچواں عدد کیسے معلوم کریں گے؟

جواب: 5 اعداد کے مجموعے سے 4 اعداد کا مجموعہ تفریق کریں گے۔

یعنی 350 - (65 + 30 + 70 + 30)

= 350 - 195 = 155

پانچواں عدد = پانچ اعداد کا مجموعہ - چار اعداد کا مجموعہ

مثال نمبر2: استاد تختہ تحریر پر یہ سوال لکھے گا اور ایک بچے سے کہے گا کہ وہ آ کر اس کو حل کرے۔

چار اعداد کی اوسط 60 ہے۔ اگر پہلے دو اعداد کی اوسط 25 ہو اور تیسرا عدد 35 ہو تو چوتھا عدد معلوم کریں۔

متوقع حل:

چار اعداد کی اوسط = 60

چار اعداد کا مجموعہ = 4 x 60 = 240

پہلے دو اعداد کی اوسط = 25

پہلے دو اعداد کا مجموعہ = 2 x 25 = 50

تیسرے اور چوتھے اعداد کا مجموعہ = 240 - 50 = 190

تیسرا عدد = 35

اسلئے چوتھا عدد = 190 - 35

= 155

دیکھو بچو! اس طالب علم نے یہ سوال صحیح حل کیا ہے۔

استاد مندرجہ ذیل سوال بچوں کو اپنی اپنی کاپیوں پر لکھ کر حل کرنے کو کہے گا۔

سوال: 50 میزیں 25060 روپے میں خریدی گئیں۔ اگر ان میں سے 30 کی اوسط قیمت خرید 400 روپے ہو تو باقی 20 کی اوسط قیمت خرید معلوم کریں۔

استاد کمرہ جماعت میں بچوں کو سوال حل کرتے ہوئے دیکھے گا۔ ہوسکتا ہے کچھ بچے سوال صحیح حل نہ کر رہے ہوں تو ان کی راہنمائی کیلئے استاد خود سوال حل کرے گا۔ لیکن بچوں کو سوال و جواب کے انداز میں شریک سبق رکھے گا۔

50 میزوں کی کل قیمت خرید = 25060 روپے

30 میزوں کی اوسط قیمت خرید = 400 روپے

30 میزوں کی کل قیمت خرید = 400 x 30

= 12000

20 میزوں کی کل قیمت خرید = 25060 - 12000

= 13060

اسلئے 20 میزوں کی اوسط قیمت خرید = $\frac{\overset{653}{\cancel{13060}}}{\cancel{20}}$

653 روپے

اس دوران اگر استاد نے محسوس کیا کہ اکثر لڑکے کوئی ایک ہی غلطی کر رہے ہیں اور سوال کے حل میں صحیح اقدام نہیں اٹھا رہے تو وہ تختہ تحریر پر اس کی وضاحت کرے گا۔ یہاں تک کہ وہ بچوں پر واضح ہو جائے۔

استعدادی آزمائش: استاد بچوں کو مندرجہ ذیل سوال از خود حل کرنے کیلئے دے گا تا کہ ان کے اندر اس کی استعداد پیدا ہو جائے۔ نیز زیادہ سے زیادہ مشق بھی فراہم کرے گا۔

(1) آٹھ اعداد کی اوسط 60 ہے۔ اگر پہلے تین کی اوسط 50 اور آخری چار کی اوسط 70 ہو تو چوتھا عدد بتائیے۔

(2) ایک پرائمری سکول میں پہلی جماعت کے 35 لڑکوں کی اوسط عمر 5 سال ہے۔ دوسری جماعت کے 25 لڑکوں کی اوسط عمر 6 سال ہے۔ تیسری جماعت کے 35 لڑکوں کی اوسط عمر 7 سال ہے۔ اور چوتھی جماعت کے 19 لڑکوں کی اوسط عمر 8 سال ہے۔ اس سکول کے تمام لڑکوں کی اوسط عمر بتائیے۔

(3) چھ اعداد کی اوسط 80 ہے۔ اگر پہلے دو اعداد کی اوسط 85 اور آخری تین کی اوسط 75 ہو تو تیسرا عدد بتائیں۔

(4) کرکٹ کے 10 کھلاڑیوں کے اوسط رنز 35 ہیں، اگر کپتان کو شامل کر لیا جائے تو اوسط رنز 40 ہو جاتے ہیں۔ بتائیں کپتان نے کتنے رنز بنائے؟

ریاضی

جماعت ششم

کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کرنا

کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا

(I) تعارف:

1) اس ماڈیول کا مقصد یہ ہے کہ بچے دی گئی سرگرمیوں کے ذریعے کسور اعشاریہ کو کسور عام میں اور کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کرسکیں۔

(2) یہ عنوان محکمہ تعلیم صوبہ سرحد کی منظور شدہ نصابی کتاب ''ریاضی چھٹی جماعت کیلئے'' کے صفحہ نمبر 20، باب نمبر 3 ''الجبری عوامل'' کے عنوان کے تحت دیا گیا ہے۔

(3) کسور اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کرنا اور کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کرنا جن کے مخارج 10 /100 /100 کے علاوہ اعداد ہوں۔

(II) نفس مضمون کی وضاحت:

(1) کسر کا مرتبہ: کسر اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف موجود ہندسوں کی تعداد کو اس کسر اعشاریہ کا مرتبہ یا درجہ کہا جاتا ہے۔ مثلاً 25. دو درجہ کی کسر اعشاریہ ہے جبکہ 3.752 تین درجہ کی کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔

(2) کسی کسر اعشاریہ کا درجہ معلوم کرنے کیلئے نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ان صفروں کو شمار نہیں کیا جاتا جن کے بعد اور کوئی غیر صفر ہندسہ نہ ہو مثلاً 500. ایک درجہ کی کسر اعشاریہ ہے۔

(3) کسی عدد میں دائیں سے بائیں ہر ہندسے کی مقامی قیمت اس سے پہلے والے ہندسہ کی مقامی قیمت کا ''دس گنا'' ہوتی ہے جبکہ بائیں سے دائیں کے ہر ہندسہ کی مقامی قیمت اس سے پہلے والے ہندسہ کا ''دسواں حصہ'' ہوتی ہے۔

	سوواں	دسواں	اکائی	دہائی	سینکڑہ
514.75 =	5	7	4	1	5

(III) سابقہ واقفیت

بچے کسر عام، واجب اور غیر واجب کسر، مخلوط کسر، مترادف کسر، چھوٹی، برابر اور بڑی کسور کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ نیز وہ کسر اعشاریہ، مرتبہ، نقطہ اعشاریہ کے تصورات سے واقف ہیں

اور کسور اعشاریہ کی جمع ،تفریق بھی سیکھ چکے ہیں۔ بچے جانتے ہیں کہ کسور اعشاریہ کی جمع ،تفریق میں سووں میں سے سوویں، دسووں میں سے دسویں ،اکائیوں میں سے اکائیاں اور دہائیوں میں سے دہائیاں تفریق کی جاتی ہیں اور انہی کو باہم جمع بھی کیا جاتا ہے۔ بچے روزمرہ زندگی میں کسر عام، کسر اعشاریہ استعمال کرتے ہیں۔

(IV) درسی معاونات

(i) کسور عام اور کسور اعشاریہ میں ہندسوں کی مقامی قیمت کا جدول

(ii) پیمانہ (iii) رنگ دار چاک

(V) سرگرمیاں

معلم کمرہ جماعت میں موجود بورڈ پر مندرجہ ذیل کسر اعشاریہ لکھے گا۔

.623

بچوں سے پوچھے گا کہ اس کسر میں ہندسوں کی مقامی قیمت کیا ہے؟

جواب: 6دسویں، 2سوویں، 3ہزاریں

معلم تختہ سیاہ پر لکھے گا $\frac{6}{10}$ ، $\frac{2}{100}$ ، $\frac{3}{1000}$

اور $\frac{6}{10} + \frac{2}{100} + \frac{3}{1000}$

$$\frac{623}{1000} = \frac{3 + 20 + 600}{1000}$$

$$\frac{623}{1000} = .623$$

اب معلم بچوں سے پوچھے گا کہ کسر اعشاریہ 623. کو کسر عام میں کیسے لکھیں گے۔

جواب: $\frac{623}{1000}$

سرگرمی نمبر2: اب استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل کسر اعشاریہ لکھے گا۔

3.62

اور بچوں سے پوچھے گا کہ اس کسر اعشاریہ میں ہندسوں کی مقامی قیمت کیا ہے؟

جواب: 3 اکائی۔ 6 دسویں اور 2 سوویں

استاد بورڈ پر لکھے گا

$$\frac{2}{100} + \frac{6}{10} + 3 = 3.62$$

$$\frac{362}{100} = \frac{2 + 60 + 300}{100} =$$

$$\frac{362}{100} = 3.62$$

بچوں سے پوچھے گا کہ 3.62 کو کسر عام میں کیسے لکھا جائے گا۔

جواب: $\frac{362}{100}$ یا $3\frac{31}{50}$ (مختصر صورت)

سرگرمی نمبر3: استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل کسر اعشاریہ لکھے گا۔

112.5

اور بچوں سے پوچھے گا کہ اس کسر میں ہندسوں کی مقامی قیمت کی ہے؟

جواب: 1 سینکڑہ، 1 دہائی، 2 اکائی، 5 دسویں

استاد بورڈ پر لکھے گا:

$$\frac{5}{10} + 2 + 10 + 100 = 112.5$$

$$\frac{5}{10} + 112 = 112.5$$

$$\frac{1125}{10} = \frac{5 + 1120}{10} =$$

بچوں سے پوچھے گا کہ 112.5 کو کسر عام میں کس طرح لکھا جائے گا۔

جواب: $112.5 = \frac{1125}{10}$ یا $112\frac{1}{2}$ (مختصر ترین صورت)

سرگرمی نمبر 4: اس موقع پر استاد تینوں مثالوں کے نتائج بورڈ پر لکھے گا۔

(1) $.623 = \frac{623}{1000}$

(2) $3.62 = \frac{362}{100}$

(3) $112.5 = \frac{1125}{10}$

اب باری باری ہر مثال کی طرف اشارہ کرتے ہوئے بچوں سے پوچھے گا کہ 623. کتنے درجی کسر اعشاریہ ہے یعنی کسر اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ سے دائیں طرف کتنے ہندسے ہیں۔ جواب: 3

استاد پوچھے گا کہ کسر عام $\frac{623}{1000}$ میں مخرج میں '1' کے ساتھ دائیں طرف کتنے صفر ہیں؟

جواب: 3

اور شمار کنندہ میں اعشاریہ کا نقطہ موجود ہے؟

جواب: نہیں

اسی طرح دوسری اور تیسری مثال کے حوالے سے بھی یہی سوال جواب ہونگے۔

اب استاد بچوں کی مدد سے سوال و جواب کے ذریعے کسر اعشاریہ کو کسر عام میں تبدیل کرنے کا طریقہ/اصول یوں اخذ کروائے گا۔

(1) کسر اعشاریہ سے نقطہ اعشاریہ خذف کریں۔ اس طرح جو عدد حاصل ہو گا وہ مطلوبہ کسر عام کا شمار کنندہ ہو گا۔

(2) مطلوبہ کسر عام کا مخرج معلوم کرنے کیلئے نقطہ اعشاریہ کے نیچے "1" لکھ کر اس کے دائیں جانب اتنے صفر لگائیں جتنے کہ کسر اعشاریہ میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں جانب ہندسوں کی تعداد ہے۔

(3) کسر عام کو اس کی مختصر ترین صورت میں تبدیل کر لیا جائے۔

استعدادی آزمائش:

استاد کمرہ جماعت میں بورڈ پر مندرجہ ذیل لکھ کر باری باری چند لڑکوں سے حل کروائے گا۔ ضرورت پڑنے پر ان کی راہنمائی اور مدد بھی کرے گا۔

(1) 04. کو کسر عام میں تبدیل کریں۔

(2) 0125. کو کسر عام میں تحویل کریں۔

(3) 1.525 کو کسر عام میں تحویل کریں۔

(4) 15.025 کو کسر عام میں تحویل کریں۔

مشق:

معلم آخر میں بچوں کو کمرہ جماعت میں مندرجہ ذیل سوالات حل کرنے کیلئے کہے گا۔ خود گھوم پھر کر بچوں کی مشق کا جائزہ لے گا۔ اور مشترک غلطیوں کی بورڈ پر اصلاح کرے گا۔ اس مشق کے بعد کسر عام کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کیلئے مندرجہ ذیل سرگرمیاں کی جائیں گی۔

استاد بچوں کو یہ بھی بتائے گا کہ بعض کسور کے مخرج کو 10 /100 یا 100 بنایا جا سکتا ہے۔ اور بعض دیگر کسور کے مخرج کو نہیں بنایا جا سکتا۔ ایسی کسور عام کو بذریعہ تقسیم کسر اعشاریہ میں تبدیل کیا جاتا ہے۔

کسرعام کو کسراعشاریہ میں تبدیل کرنا:

(جب مخرج کو 10, 100, 1000 وغیرہ بنایا جا سکے)

سر گرمی نمبر1: معلم بورڈ پر درج ذیل کسر لکھے گا۔

$$\frac{3}{4}$$

استاد بچوں سے پوچھے گا کہ اس کسر کے مخرج 4 کو کس عدد سے ضرب دی جائے کہ جواب 100 آئے۔ جواب: 25

کسر کی قیمت میں کوئی فرق نہ پڑے، شمار کنندہ اور مخرج دونوں کو 25 سے ضرب دی جائیگی

$$.75 = \frac{75}{100} = \frac{25 \times 3}{25 \times 4}$$

دوسرا طریقہ: (بذریعہ تقسیم)

چونکہ مقسوم چھوٹا ہے مقسوم علیہ سے، اس لئے مقسوم کے دائیں جانب نقطہ اعشاریہ لگا کر بڑھا دیا جائے اور خارج قسمت میں بھی نقطہ اعشاریہ لگا دیا جائے۔

اب 30 کو 4 پر تقسیم کیا۔

7 خارج قسمت اور 2 باقی بچا

اب ایک صفر بڑھا کر 20 کو 4 پر تقسیم کیا

اس طرح تقسیم کا عمل مکمل ہو گیا۔

$$\frac{3}{4}$$

```
   .75
4 )3.00
  - 2.8
  -----
     20
   - 20
   ----
      0
```

$$.75 = \frac{3}{4}$$

سر گرمی نمبر2: اب مدرس تختہ تحریر پر مندرجہ ذیل کسر لکھے گا۔

استاد بچوں سے پوچھے گا کہ $1\frac{3}{8}$ کی کسر غیر واجب کونسی ہے؟

جواب: $\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

اب استاد سابقہ طریقہ سے $\frac{11}{8}$ کو بذریعہ تقسیم کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کا عمل طلباء کی شمولیت سے یوں کرے گا۔

$\frac{11}{8}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 1.375 \\
8 & 11.000 \\
 & -8 \\ \hline
 & 30 \\
 & 24 \\ \hline
 & 60 \\
 & 56 \\ \hline
 & 40 \\
 & 40 \\ \hline
 & 0
\end{array}
$$

بچوں سے پوچھے گا کہ کسر $\frac{11}{8}$ کو کسر اعشاریہ میں کس طرح ظاہر کیا جائے گا؟

جواب: 1.375

آزمائش: استاد بچوں سے بطور آزمائش مندرجہ ذیل سوالات کروائے۔

(1) $\frac{3}{5}$ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

(2) $\frac{29}{4}$ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

استعدادی آزمائش: آخر میں استاد بچوں کو کمرہ جماعت میں مشق کیلئے مندرجہ ذیل سوالات کروائے گا۔

(1) مندرجہ ذیل کسور عام کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

$\frac{67}{50}$ ، $3\frac{13}{16}$ ، $\frac{7}{16}$ ، $\frac{1}{4}$

ریاضی

جماعت ہفتم

متوازی الاضلاع کی بناوٹ

مقاصد :اس ماڈیول کی تدریس کے بعد طلباء ایک متوازی الاضلاع بنانے کے قابل
جائیں کہ جس کے دو متصلہ ضلعے اور ان کے درمیان کا زاویہ دیا ہوا ہوگا۔

متوازی الاضلاع کی بناوٹ میں ایسی مہارت حاصل ہو جائے گی جو بعد میں دیگر شرائط کے
ساتھ متوازی الاضلاع بنانے میں بچوں کیلئے ممد و معاون ثابت ہوگی۔

سابقہ واقفیت:

I۔ طلباء مستطیل مربع بنانا جانتے ہیں۔ نیز ان کے خواص سے بھی واقف ہیں۔

II۔ طلباء متوازی الاضلاع کے مندرجہ ذیل خواص جانتے ہیں

1۔ متوازی الاضلاع کا ہر وتر اس کو دو متماثل مثلثوں میں تقسیم کرتا ہے۔

2۔ متوازی الاضلاع کے متقابلہ ضلعے متماثل ہوتے ہیں۔

3۔ متوازی الاضلاع کے متقابلہ زاویے متماثل ہوتے ہیں۔

4۔ متوازی الاضلاع کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

5۔ متوازی الاضلاع کا کوئی زاویہ قائمہ نہیں ہوتا۔

6۔ متوازی الاضلاع کے متصلہ زاویے سپلیمنٹری ہوتے ہیں۔

III۔ طلباء مختلف مقداروں کے زاویے بذریعہ مسطر و پرکار بنانا جانتے ہیں۔

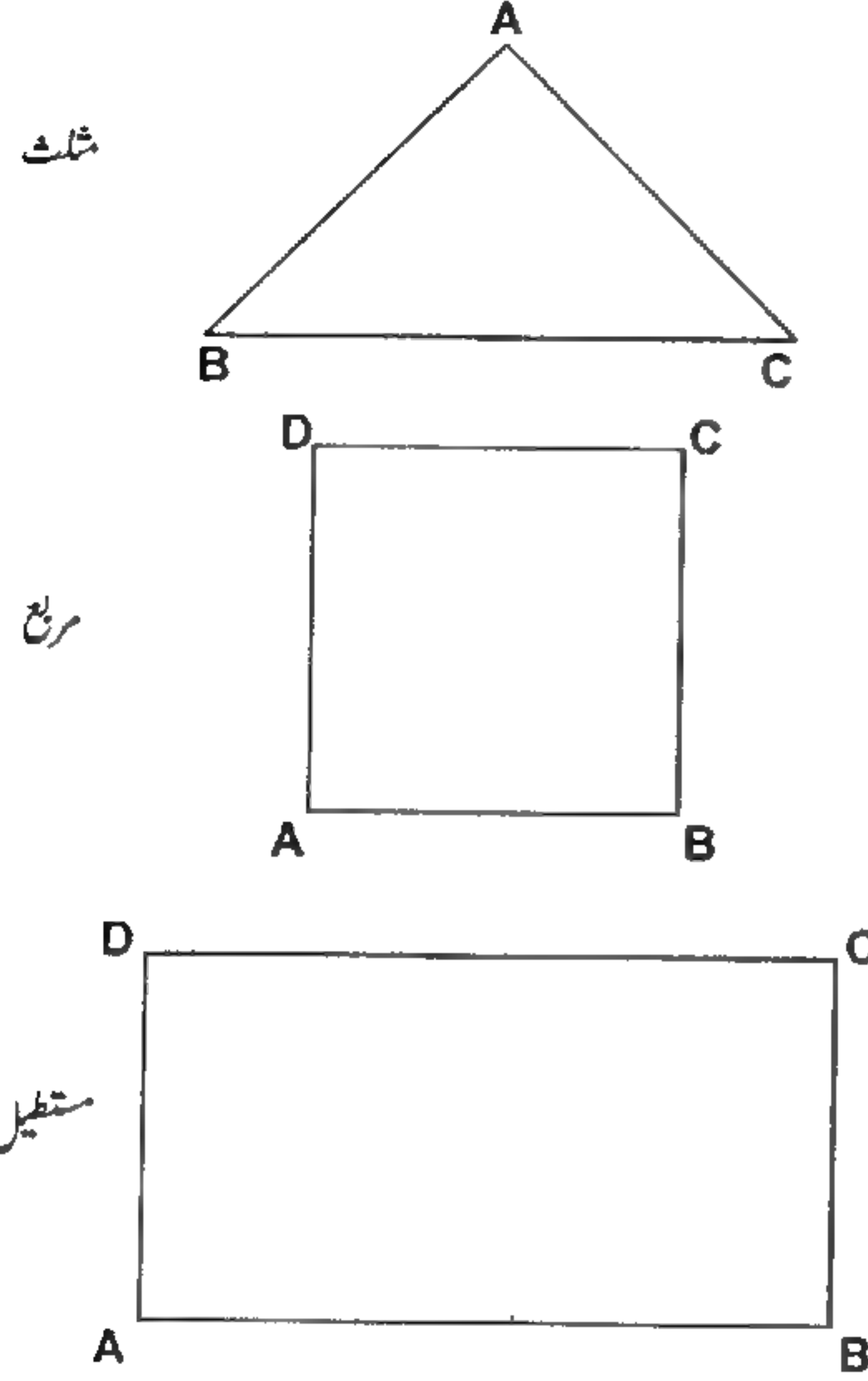
درسی مواد بحوالہ نصاب:

''متوازی الاضلاع کی بناوٹ'' جماعت ہفتم کی ریاضی کی درسی کتاب کے سبق نمبر 8 صفحہ
نمبر 100 پر دیا گیا ہے۔

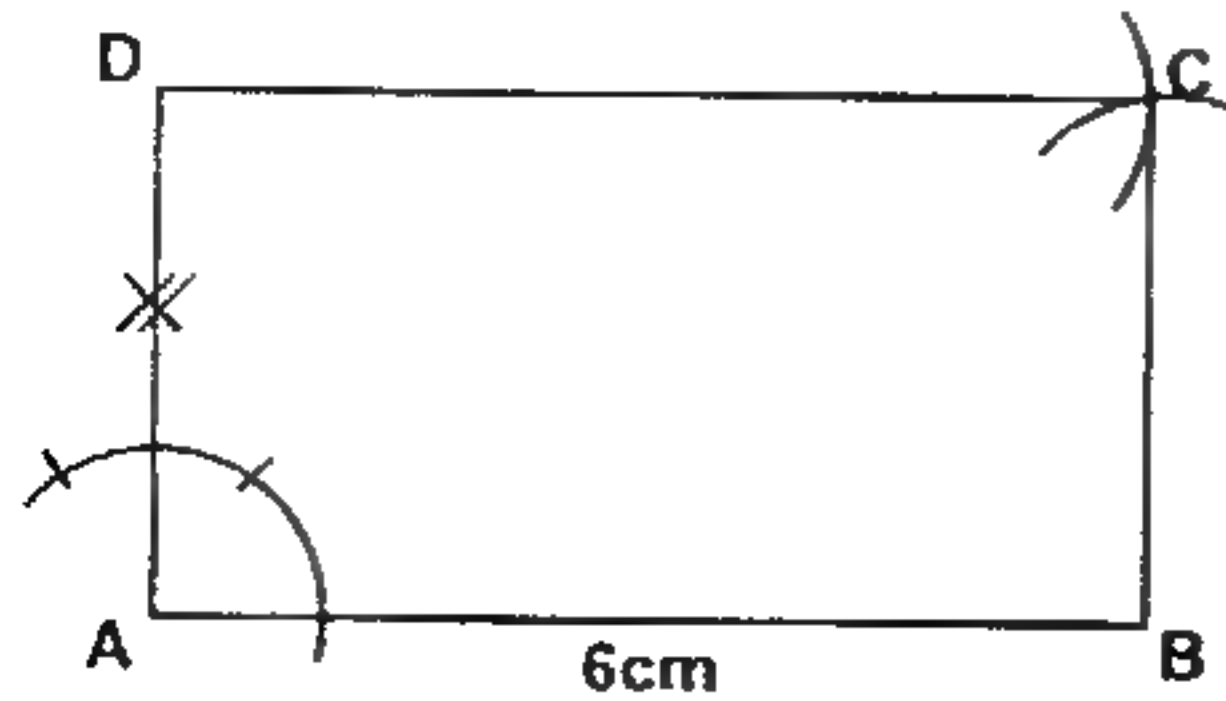
معاونات:

تختہ تحریر۔ پرکار۔ مسطر اور چارٹ جس پر مختلف پیائش کی متوازی الاضلاعیں پرکار اور مسطر
کے استعمال سے بنائی گئی ہیں۔

سرگرمیاں:

(1) استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل ہندسی شکلیں بنا کر باری باری طلباء سے ان کے نام پوچھے

(2) اور بورڈ پر درج ذیل سوال لکھ کر ایک طالب علم کو بورڈ پر بلائے اور اسے پرکار اور مسطر ذریعے مستطیل بنانے کو کہے۔

ایک مستطیل ABCD بنائیں جبکہ mAB=6cm اور mBC=3cm

چونکہ مستطیل بنانا بچے سیکھ چکے ہیں اس لئے بچہ آسانی سے مستطیل بنا سکے گا۔ اگر استاد مناسب
بچے کی رہنمائی کرے۔

اس موقعہ پر استاد یہ بتائے کہ جس طرح آپ نے پرکار اور مسطر کے ذریعے مستطیل بنائی ہے تھوڑے سے فرق کے ساتھ اسی طرح متوازی الاضلاع بھی بنائی جاتی ہے۔

مستطیل بناتے وقت ہم ہمیشہ دو متصلہ ضلعوں کے درمیان 90° کا زاویہ بناتے ہیں۔ جبکہ متوازی الاضلاع کی صورت میں متصلہ زاویہ حادہ یا منفرجہ ہوسکتا ہے۔ چونکہ بچے حادہ اور منفرجہ زاویے بنانا بھی سیکھ چکے ہیں اسلئے اب ان کیلئے متوازی اضلاع کی بناوٹ سمجھنا کوئی مشکل نہیں ہوگا۔

(3) استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل عبارت لکھے۔

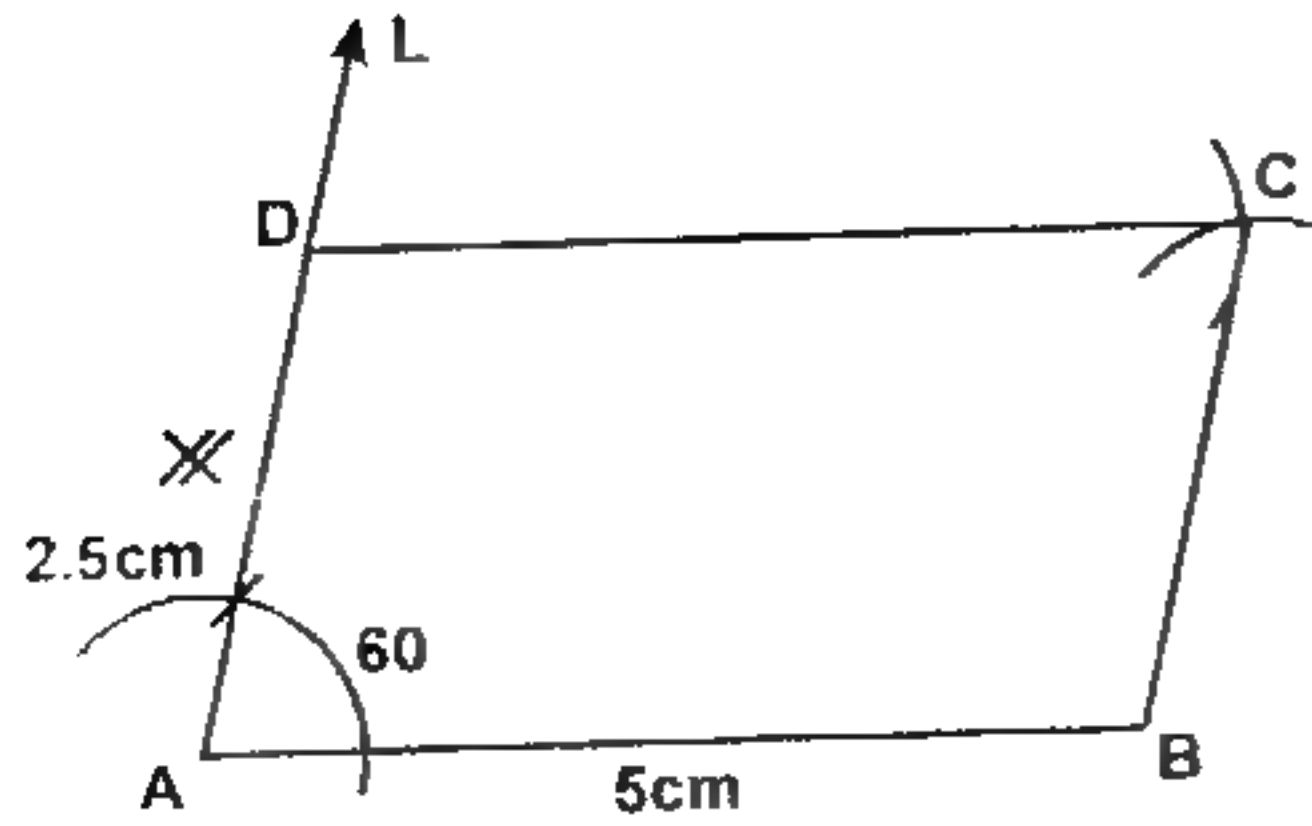
ایک متوازی اضلاع ABCD بنائیں جس میں mAB=5cm اور mAD=2.5cm اور m<BAD=60

طلباء کو بتایا جائے کہ جس طرح ابھی آپ نے ایک مستطیل بنائی ہے ایسے ہی متوازی اضلاع بھی بنائی جائیگی۔ فرق صرف یہ ہے کہ مستطیل میں 90° کا زاویہ بنایا گیا اور اب اس کی بجائے 60° کا زاویہ بنانا ہوگا۔

بورڈ پر متوازی اضلاع بناتے ہوئے استاد بچوں کو بھی شریک رکھے۔ سوال و جواب کے انداز میں سبق کو آگے بڑھائے۔ اور اسی انداز میں متوازی الاضلاع بنانے کا طریقہ بورڈ پر بھی لکھے۔

معلوم: متوازی الاضلاع ABCD میں mAB=5cm mAD=2.5cm اور m<BAD=60

مطلوب: مسطر اور پرکار کی مدد سے متوازی الاضلاع بنانا

عمل: AB=5cm لیا۔

نقطہ A پر 60 کا زاویہ بناتی ہوئی $\overline{AL}$ کھینچی۔

$\overline{AL}$ میں سے AD=2.5cm قطع کیا۔

نقطہ B کو مرکز مان کر 2.5 سم اور D کو مرکز

L
D
C
2.5cm
60
A
5cm
B

مان کر 5 سم کی دوری پر دو قوسیں لگائیں جنھوں نے ایک دوسرے کو نقطہ C پر قطع کیا۔

نقطہ C کو D اور B سے ملایا۔ تو ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع بن گئی۔

طلباء چونکہ پرکار کے ذریعے زاویہ بنانا جانتے ہیں اور انہیں کافی مہارت حاصل ہے۔ اس لئے بنانے کے مدارج عمل کو لکھنے کی ضرورت نہیں ہے۔

(4) اب استاد بورڈ پر ایک سوال لکھ کر ایک طالب علم کو بلائے جو طلباء کے سامنے متوازی الاضلاع بنائے۔

ایک متوازی الاضلاع بنایئے جس کے متصلہ ضلعوں کی لمبائیاں 5.5cm اور 3cm ہوں ان کے درمیان کے زاویہ کی مقدار 120° ہو۔

استاد اپنی نگرانی اور رہنمائی میں طالب علم سے متوازی الاضلاع بنوائے۔ کم سے کم مدد سے طالب علم میں خود اعتمادی پیدا ہوگی۔ اس سے باقی طلباء کی بھی حوصلہ افزائی ہوگی۔

C

120

5.5cm B

معلوم: ایک متوازی الاضلاع کے متصلہ اضلاع کی مقداریں 5.5 سم اور 3 سم اور ان کا درمیانی زاویہ 120° ہو۔

مطلوب: متوازی الاضلاع بنانا:

عمل: AB، 5.5 سم لیا۔

نقطہ A پر 120° کا زاویہ بناتی ہوئی $\overline{AL}$ کھینچی۔

$\overline{AL}$ میں سے AD = 3cm قطع کیا۔

نقاط D اور B کو باری باری مرکز مان کر 5.5cm اور 3cm کی دوری پر دو قوسیں

جنہوں نے ایک دوسرے کونقطہ C پر قطع کیا۔ نقطہ C کو B اور D سے ملا دیا تو ABCD مطلوبہ متوازی الاضلاع بن گئی۔

مشق برائے جائزہ:

آخر میں طلباء کو متوازی الاضلاع بنانے کی مشق کے طور پر مندرجہ ذیل سوالات دیے جائیں۔ استاد ساتھ ساتھ نگرانی اور رہنمائی کرے۔

(1) ایک متوازی الاضلاع بنایئے جس کے دو متصلہ اضلاع کی مقداریں 3.8 سم اور 5 سم ہوں اور ان کا درمیانی زاویہ 45° کا ہو۔

(2) ایک متوازی الاضلاع ABCD بنایئے جبکہ

mAB = 4.2cm, mCB = 5.3cm

اور m<A = 60°

نیز اس امر کی تصدیق کیجئے کہ اس کے متقابلہ زاویے متماثل ہوتے ہیں اور اس کے وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔

(3) ایک متوازی الاضلاع KLMN بنایئے جبکہ

mKL = 3.7cm, mLM = 5.8cm

اور m<K = 105°

نیز اس امر کی تصدیق کیجئے کہ اس کی وتر ایک دوسرے کی تنصیف کرتے ہیں۔ کیا یہ وتر ایک دوسرے پر عمود واقع ہیں؟

ریاضی

جماعت ہفتم

تیسرا کلیہ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

مقاصد:

اس سبق کی تدریس کے بعد طلباء اس قابل ہو جائیں گے کہ وہ اپنی کتاب میں دئے گئے کلیات میں سے تیسرا کلیہ اچھی طرح سمجھ جائیں۔ نیز اس کو استعمال کر کے مشقی سوالات حل کر سکیں گے اور اعداد کی حسابی ضرب کو بذریعہ کلیہ معلوم کر سکیں گے۔

سابقہ واقفیت:

☆ طلباء الجبری جملوں کی جمع تفریق، ضرب اور تقسیم جانتے ہیں۔
☆ جملوں کا اختصار، اور عددی قیمت معلوم کرنا جبکہ متغیرات کی قیمت دی ہوئی ہو، سیکھ چکے ہیں
☆ خطوط وحدانی کے استعمال کو سمجھتے ہیں۔
☆ مساوات کی خصوصیات بھی پڑھ چکے ہیں۔
☆ جمعی معکوس، ضربی معکوس، ذاتی عنصر جیسی اصلاحات سے بھی واقف ہیں۔
☆ طلباء پہلا اور دوسرا کلیہ پڑھ چکے ہیں۔

درسی مواد بحوالہ نصاب:

یہ سبق محکمہ تعلیم صوبہ سرحد کی منظور شدہ درسی کتاب ''ریاضی آٹھویں جماعت کیلئے'' کے باب نمبر6 صفحہ نمبر 78 پر دیا گیا ہے۔

معاونات:

تختہ تحریر۔ کلیہ اخذ کرنے کیلئے استقرائی امثلہ کا چارٹ

اعادہ:

استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل سوالات لکھ کر ایک ایک بچے سے باری باری ان کے جواب طلب

1۔	$ab+ab$	جواب	$2ab$
2۔	$-ab-ab$	جواب	$-2ab$
3۔	$ab-ab$	جواب	صفر
4۔	$(a + b)^2$		a^2+b^2+2ab
5۔	$(a - b)^2$		a^2+b^2-2ab
6۔	$(x + \frac{1}{x^2})$		$x^2+ \frac{1}{x^2} + 2$
7۔	$(x - \frac{1}{x^2})$		$x^2+ \frac{1}{x^2} - 2$
8۔	$a (a - b)$		$a^2 - ab$
9۔	$b (a - b)$		$ab - b^2$
10۔	$(a+b) (a-b)$		؟

ان سوالات کے جوابات معلم بچوں سے اخذ کروائے گا۔ ہوسکتا ہے کچھ لڑکے ان میں ے بعض سوالات کے جوابات نہ دے سکیں۔ تو استاد مزید وضاحت کرے تا کہ سابقہ واقفیت کی تازگ ہوجائے گی اور بچے نئے سبق کیلئے تیار ہوجائیں لیکن آخری سوال کا جواب شاید کوئی لڑکا نہ دے ۓ اس سے استاد اپنے نئے سبق کا آغاز کرے۔

سرگرمیاں:

استقرائی مثالیں: اب استاد بورڈ پر درج ذیل سوال لکھ کر بچوں ی مد ے نہ ب ہ آگے بڑھائے۔ اور حاصل ضرب کو آخر میں مساوات کی صورت میں واضح درج رے۔

(i)

$$(x+y)\ (x-y)$$

$$\begin{array}{l} x+y \\ x-y \\ \hline x\ \ +xy \\ \quad -xy-y^2 \\ \hline x^2 \qquad -y^2 \end{array}$$

$$(x+y)\ (x-y) = x^2 - y^2$$

(ii)

$$(c+d)\ (c-d)$$

$$\begin{array}{l} c+d \\ c-d \\ \hline c^2 + cd \\ \quad -cd-d \\ \hline c^2 \qquad -d^2 \end{array}$$

$$(c+d)\ (c-d) = c^2 - d^2$$

(iii)

$$(Y+z)\ (y-z)$$

$$\begin{array}{l} y+z \\ y-z \\ \hline y^2 + yz \\ \quad -yz-z^2 \\ \hline y^2 \qquad -z^2 \end{array}$$

$$(y+z)\ (y-z) = y^2 - z^2$$

اب استاد بچوں کو باری باری تینوں مثالوں کی طرف متوجہ کرے کہ پہلی مثال میں
x اور y دو مقداروں کے مجموعہ کو ان کے فرق کے ساتھ ضرب دینا ہے۔ ضرب کے عمل کے نتیجہ میں
x اور y کے مربعوں کا فرق آیا۔ یعنی x^2-y^2

دوسری مثال میں c اور d دو مقداریں ہیں جن کے مجموعہ کو ان کے فرق سے ضرب کی گئی اور نتیجہ کے طور پر ہمیں دونوں کے مربعوں کا فرق حاصل ہوا

یعنی c^2-d^2

تیسری مثال میں بھی اسی طرح y اور z کے مجموعہ اور فرق کو ضرب دینے سے ان مقداروں کے مربعوں کا فرق حاصل ہوا

یعنی y^2-z^2

ان تینوں مثالوں کے نتائج سے یہ بات سامنے آئی کہ اگر کوئی سے دو مقداروں کے مجموعہ کو ان مقداروں کے فرق کے ساتھ ضرب دینا ہو تو ہمیشہ ان دونوں مقداروں کے مربعوں کا فرق والا جمعہ حاصل ہوگا۔

اسلئے اب ایسے جملوں کا حاصل ضرب معلوم کرنے ک کیلئے ضرب کا عمل کرنے کی ضرورت نہیں رہی اس سے وقت بھی بچ جائے گا اور عمل بھی آسان ہو جائے گا۔

اب بچوں سے مندرجہ ذیل مثال کو ضرب دیئے بغیر حاصل ضرب اخذ کروایا جائے:

$$(a+b)\ (a-b)$$
$$=(a)^2-(b)^2$$
$$=a^2-b^2$$

گویا $(a+b)\ (a-b)=a^2-b^2$

<u>استخراجی مثالیں:</u> بچے اس کلیہ کو اچھی طرح سمجھ جائیں اور مستقل، متغیر مقداروں کے ساتھ بھی استعمال کرسکیں۔ اس کے لئے استاد مندرجہ ذیل مثالیں حل کروائے:

-1 $(3x+y)\ (3x-y)=(3x)^2-(y)^2=9x^2-y^2$

-2 $(x+5)\ (n-5)$

$$=(x)^2-(5)^2$$
$$=x^2-25$$

-3

$$(4x + 3y)(4x - 3y)$$

$$= (4x)^2 - (3y)^2$$

$$= 16x^2 - 9y^2$$

-4

$$(x + \frac{1}{x})(x - \frac{1}{x})$$

$$= (x)^2 - (\frac{1}{x})^2$$

$$= x^2 - \frac{1}{x^2}$$

-5

$$(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$$

$$(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$$

$$= (a^2)^2 - (b^2)^2$$

$$= a^4 - b^4$$

طلباء کو یہ بھی بتایا جائے کہ جس طرح پہلے دو کلیات کی مدد سے ہم حسابی سوالات کرتے تھے اسی طرح اس کلیہ کی مدد سے بھی ہم حسابی سوالات حل کر سکتے ہیں۔ اس مقصد کے لئے مندرجہ ذیل سوالات حل کئے جائیں:

-1 کلیہ کی مدد سے 105 x 95 کو حل کریں۔

$$105 \times 95 = (100 + 5)(100 - 5)$$

$$= (100)^2 - (5)^2$$

$$= 10000 - 25$$

$$= 9975$$

نیز اس کلیہ کی مدد سے دو سے زیادہ اس قسم کے جملوں کا مسلسل حاصل ضرب بھی معلوم کیا جا سکتا ہے۔اس کے لئے مندرجہ ذیل مثالیں حل کی جائیں:

-1 $(4a^2 + b^2)\ (2a + b)\ (2a - b)$

$= (4a^2 + b^2)\ (4a^2 - b^2)$

$= (4a^2)^2 - (b^2)$

$= 16a^4 - b^4$

-2 $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$\left(x^2\right)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$= \quad x^4 - \frac{1}{x^4}$

استاد اس کلیہ کی مزید مشق اور تفہیم کے لئے مندرجہ ذیل سوالات بچوں سے کروائے۔ا نگرانی اور رہنمائی میں اس عمل کو جاری رکھا جائے۔

-1 مختصر کریں:

(i) $(2x + 1)\ (2x - 1)$

(ii) $(3a^2 + 4b^2)\ (3a^2 - 46^2)$

(iii) $\left(a + \frac{2}{b}\right)\left(a - \frac{2}{b}\right)\left(a^2 + \frac{4}{b^2}\right)$

(iv) 97×103

جائزہ:

(1) مختصر کریں۔

(i) $(2a + 3b)\ (2a - 3b)$

(ii) $\left(\frac{1}{n} + n\right)\ \left(\frac{1}{n} - n\right)$

(iii) $(n^2 + y^2)\ (n + y)\ (n - y)$

3-درست پر صحیح (✓) نشان لگائیں:

(i) $(a + b)\ (a - b) = a^2 + b^2$

(ii) $(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2$

(iii) $(a + b)\ (a - b) = a^2 + b^2 = 2ab$

ریاضی

جماعت ہشتم

''مسئلہ فیثاغورث''

غرض وغایت:

اس ماڈیول کی تدریس کے بعد طلباء قائمۃ الزاویہ مثلث کے اضلاع کی مقداروں میں ایک خاص تعلق جس کو مسئلہ فیثا غورث کہتے ہیں سے واقف ہو جائیں گے۔

وہ اس مسئلہ کی مدد سے قائمۃ الزاویہ مثلث کے کسی ایک ضلع کی مقدار معلوم کر سکیں گے۔ جبکہ باقی دو اضلاع کی مقداریں معلوم ہوں۔ روزمرہ زندگی میں اس مسئلہ کے استعمال کے قابل ہو جائیں گے۔

سابقہ واقفیت:

1- طلباء زاویوں کی اقسام سے واقف ہیں۔

2- مثلث کی اقسام بھی جانتے ہیں۔

3- قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ۔ قاعدہ۔ عمود اور وتر کی اصطلاحات کو سمجھتے ہیں۔

4- مثلث کی بناوٹ بذریعہ پرکار اور مسطر کر سکتے ہیں۔

درسی مواد بحوالہ نصاب:

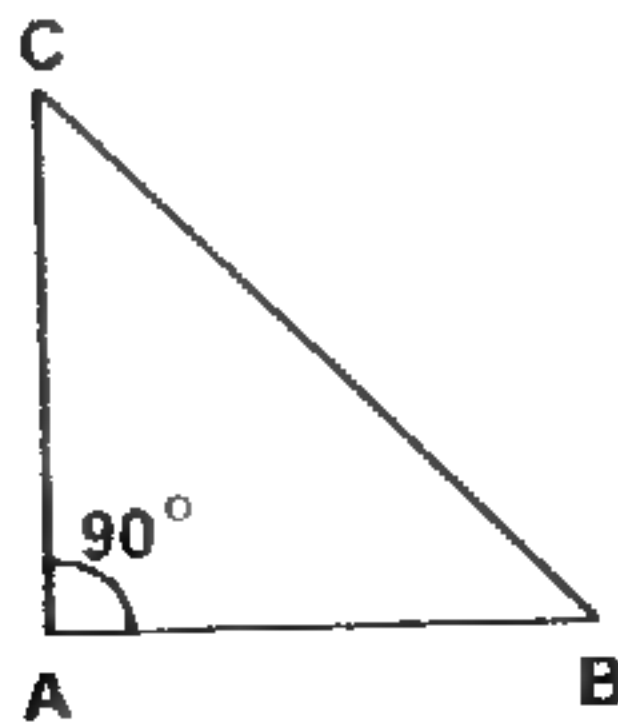
یہ سبق ریاضی برائے جماعت ہشتم کی درسی کتاب کے باب نمبر 11 صفحہ نمبر 124 تا 131 پر دیا گیا ہے۔

معاونات: تختہ تحریر، مسطر، پرکار، چارٹ جس پر قائمۃ الزاویہ مثلثیں بنائی گئی ہیں۔

سرگرمیاں:

1- استاد بورڈ پر ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ABC بنا کر جس کا $m < A = 90°$ بچوں سے پوچھے گا کہ اس مثلث میں قائمۃ الزاویہ کونسا ہے؟

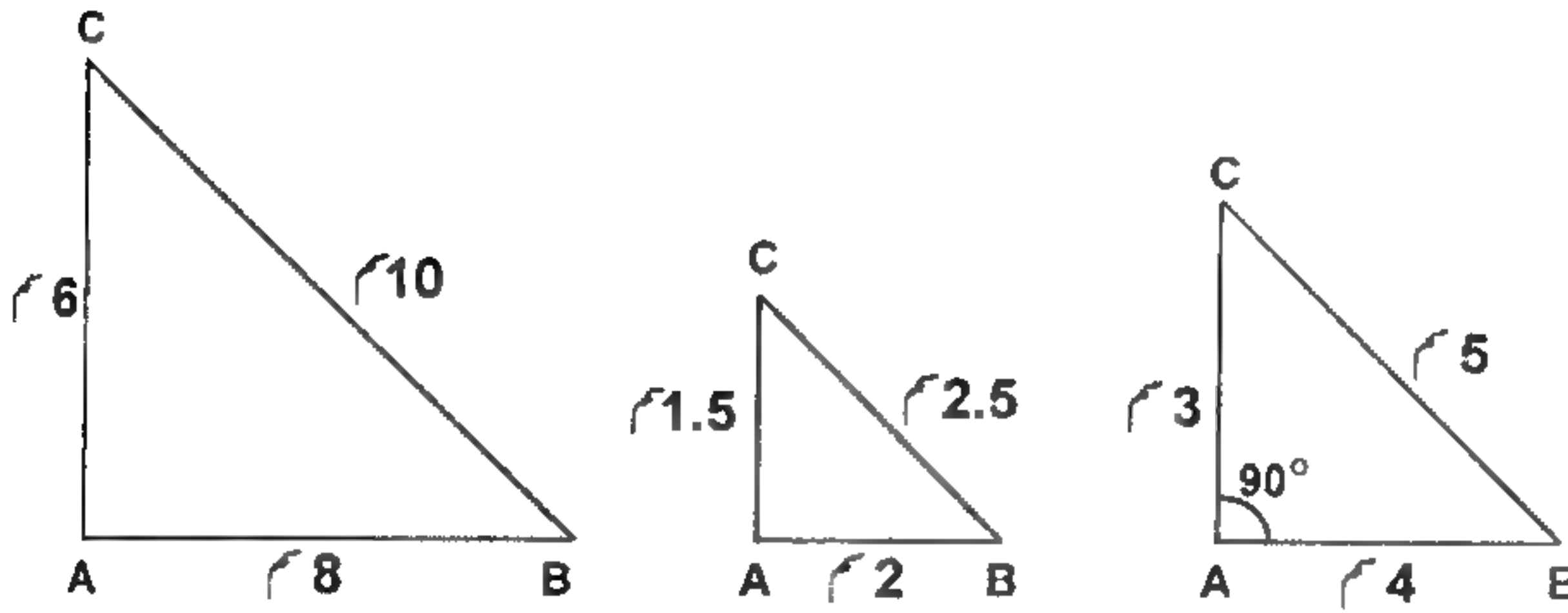
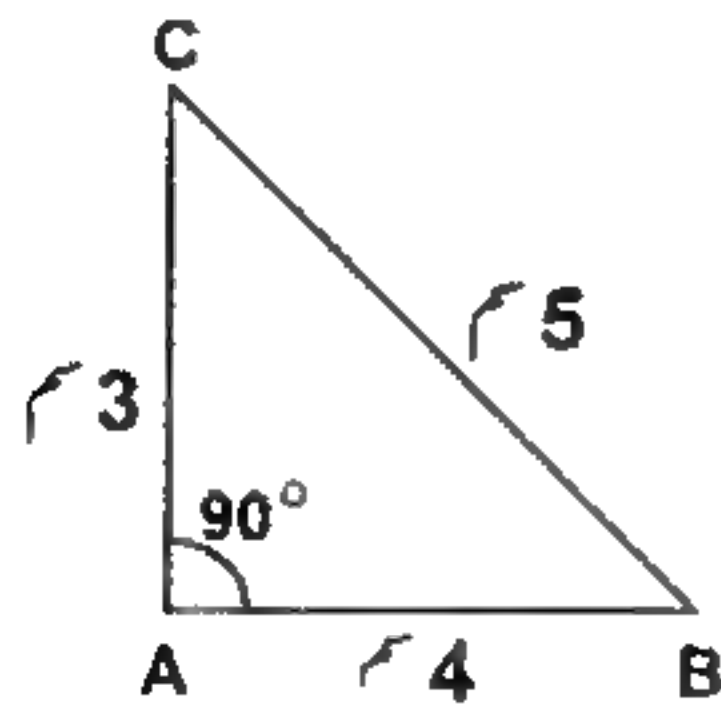
جواب: $< A$

مثلث کے کون سے ضلع کو وتر کہیں گے۔

جواب: AB

اور عمود کون سا ضلع ہے؟

جواب: BC

اگر کچھ طلباء صحیح جواب نہ دے سکیں تو استاد ان اصطلاحات کی مزید وضاحت کرے تاکہ بچوں کے لئے اصل سبق سمجھنا آسان ہو جائے۔

2- اب استاد بورڈ پر مندرجہ ذیل تین قائمۃ الزاویہ مثلثیں بنائے۔ اور سوال و جواب کے ذریعے بچوں کو شریک سبق رکھے۔

شکل نمبر 1 کی طرف اشارہ کر کے استاد بچوں سے باری باری پوچھے اور جواب بورڈ پر لکھتا جائے۔

مثلث ABC میں:

AB قاعدہ کی مقدار = 4 سم

AC عمود کی مقدار = 3 سم

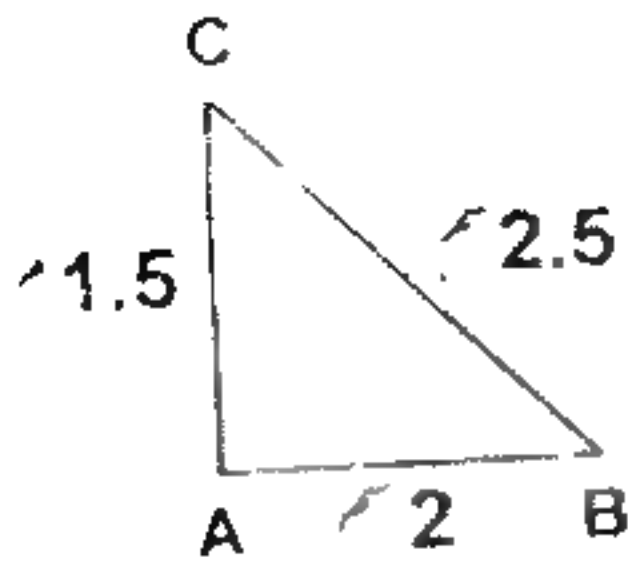
AC وتر کی مقدار = 5 سم

$(4)^2 + (3)^2 = 16 + 9$

$(4)^2 + (3)^2 = 25$

$(4)^2 + (3)^2 = (5)^2$

یعنی $(mAB)^2 + (mAC)^2 = (mBC)^2$

استاد اب شکل نمبر 2 کو لیکر بچوں سے باری باری پوچھ کر جواب بورڈ پر لکھے:

قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں

AB قاعدہ کی مقدار = 2 سم

AC عمود کی مقدار = 1.5 سم

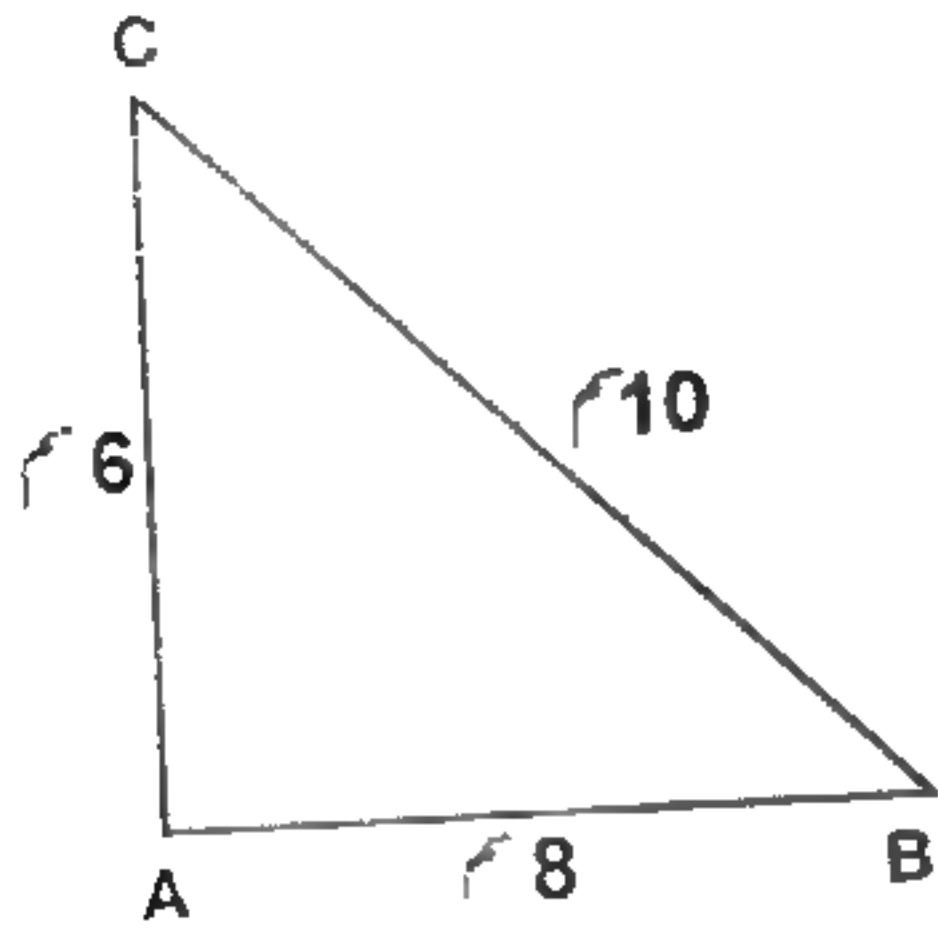
BC وتر کی مقدار = 2.5 سم

$$(2)^2 + (1.5)^2 = 4 + 2.25$$

$$(2)^2 + (1.5)^2 = 6.25$$

$$^2(2)^2 + (1.5)^2 = (2.5)^2$$

یعنی $(mAB)^2 + (mAC)^2 = (mBC)^2$

اسی طرح شکل نمبر 3 کے حوالے سے

قاعدہ AB کی مقدار = 8 سم

عمود AC کی مقدار = 6 سم

وتر BC کی مقدار = 10 سم

$$(8)^2 + (6)^2 = 64+36$$

$$(8)^2 + (6)^2 = 100$$

$$(8)^2 + (6)^2 = (10)^2$$

یعنی $(mAB)^2 + (mAC)^2 = (mBC)^2$

ان تینوں مثالوں کے نتائج پر غور کرنے سے یہ ظاہر ہوتا ہے۔ کہ کسی بھی قائمۃ الزاویہ مثلث میں:

(قاعدہ)^2 + (عمود)^2 = (وتر کی مقدار)^2

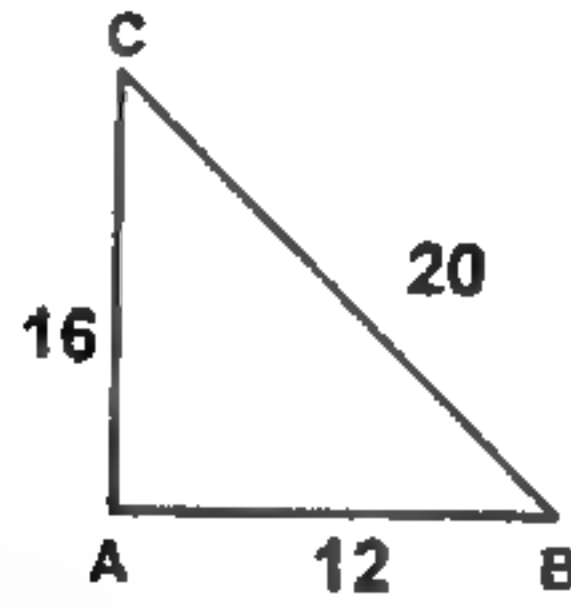
اس موقع پر معلم طلباء کو بتائے کہ قائمۃ الزاویہ مثلث کے اضلاع کی مقداروں میں درج بالا تعلق کو مسئلہ فیثا غورث کہتے ہیں۔ سب سے پہلے یونان کے ایک عظیم ریاضی دان نے اس تعلق کو دریافت کیا اور اس کا ثبوت پیش کیا۔ جس کا نام فیثا غورث ہے۔ اسی کے نام سے یہ مسئلہ فیثا غورث کہلاتا ہے۔ اس مسئلے میں تین مقداریں استعمال ہو رہی ہیں۔ یعنی قاعدہ، عمود اور وتر۔ ان میں سے کوئی سی دو مقداریں معلوم ہوں تو تیسری مقدار معلوم کی جا سکتی ہے۔

چونکہ (قاعدہ کی مقدار)^2 + (عمود کی مقدار)^2 = (وتر کی مقدار)^2

اسلئے (قاعدہ)^2 = (وتر کی مقدار)^2 - (عمود کی مقدار)^2

اور (عمود کی مقدار)^2 = (وتر کی مقدار)^2 - (قاعدہ کی مقدار)^2

اس کی مزید وضاحت کے لئے استاد مندرجہ ذیل استخراجی مثالیں حل کروائے۔

1- ایک قائمۃ الزاویہ مثلث کے قاعدہ کی مقدار 12 سم اور عمود کی مقدار 16 سم ہے۔ وتر کی مقدار معلوم کیجئے:

قاعدہ کی مقدار = 12 سم

عمود کی مقدار = 16 سم

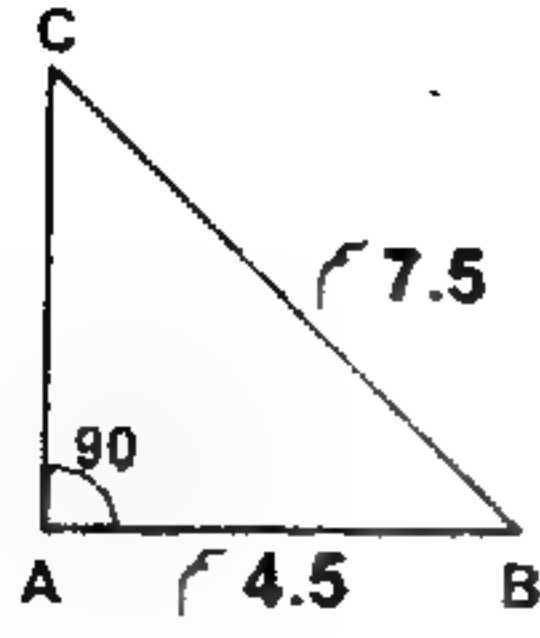
پس وتر کی مقدار (وتر کی مقدار)^2 = (قاعدہ کی مقدار)^2 + (عمود کی مقدار)^2

$$= (12)^2 + (16)^2$$

$$= 144 + 256 = 400$$

وتر کی مقدار = $\sqrt{400}$

وتر کی مقدار = 20 سم

مثال نمبر 2:

ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں $m<A = 90^\circ$

$mBC = 7.5cm$ اور $mAB = 4.5$ سم ہے۔

mAC معلوم کیجئے:

مثلث ABC میں

AB قاعدہ کی تعداد = 4.5 سم

BC وتر کی مقدار = 7.5 سم

^{2}(قاعدہ کی تعداد) - ^{2}(وتر کی مقدار) = ^{2}(عمود کی مقدار)

$$(mAC)^2 = (mBC)^2 - (mAB)^2$$

$$(mAC)^2 = (7.5)^2 - (4.5)^2$$

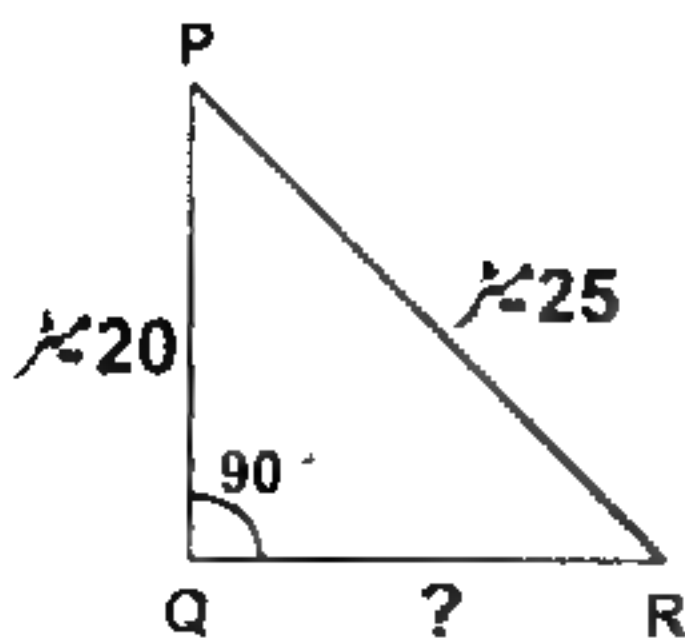
$$(mAC)^2 = 56.25 - 20.25$$

$$(mAC)^2 = 36$$

$$m\bar{A}C = \sqrt{36}$$ = 6 سم

مثال نمبر 3:

PQR ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ہے جس میں $m<Q = 90^\circ$

$mPR = 25$ میٹر اور $mPQ = 20$ میٹر ہے۔ mQR معلوم کیجئے۔

مثلث PQR میں وتر اور عمود کی لمبائیاں دی ہوئی ہیں۔ قاعدہ کی مقدار معلوم کرنی ہے۔

2(عمود کی مقدار) - 2(وتر کی مقدار) = 2(قاعدہ کی مقدار)

$$(mQR)^2 = (mPR)^2 - (mPQ)^2$$

$$(mQR)^2 = (25)^2 - (20)^2$$

$$= 625 - 400$$

$$= 225$$

$$mQR \sqrt{225} = 15 \text{ میٹر}$$

مثال نمبر 3: مسلہ فیثا غورث کا عملی استعمال:

41 ڈیسی میٹر لمبی ایک سیڑھی دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی تو اس کا ایک سرا دیوار پر 40 ڈیسی میٹر اونچے روشن دان تک جا پہنچا۔ بتایئے سڑھی کا نچلا سرا دیوار سے کتنے فاصلے پر ہے؟

شکل میں سڑھی کی لمبائی کو BC سے، دیوار پر روشن دان تک کے فاصلے کو AB سے اور دیوار کے درمیانی فاصلے کو AB سے ظاہر کیا گیا ہے۔ چنانچہ CAB قایمۃ الزاویہ مثلث میں سیڑھی اور

وتر BC کی مقدار = 41 ڈیسی میٹر

عمود AC کی مقدار = 40 ڈیسی میٹر

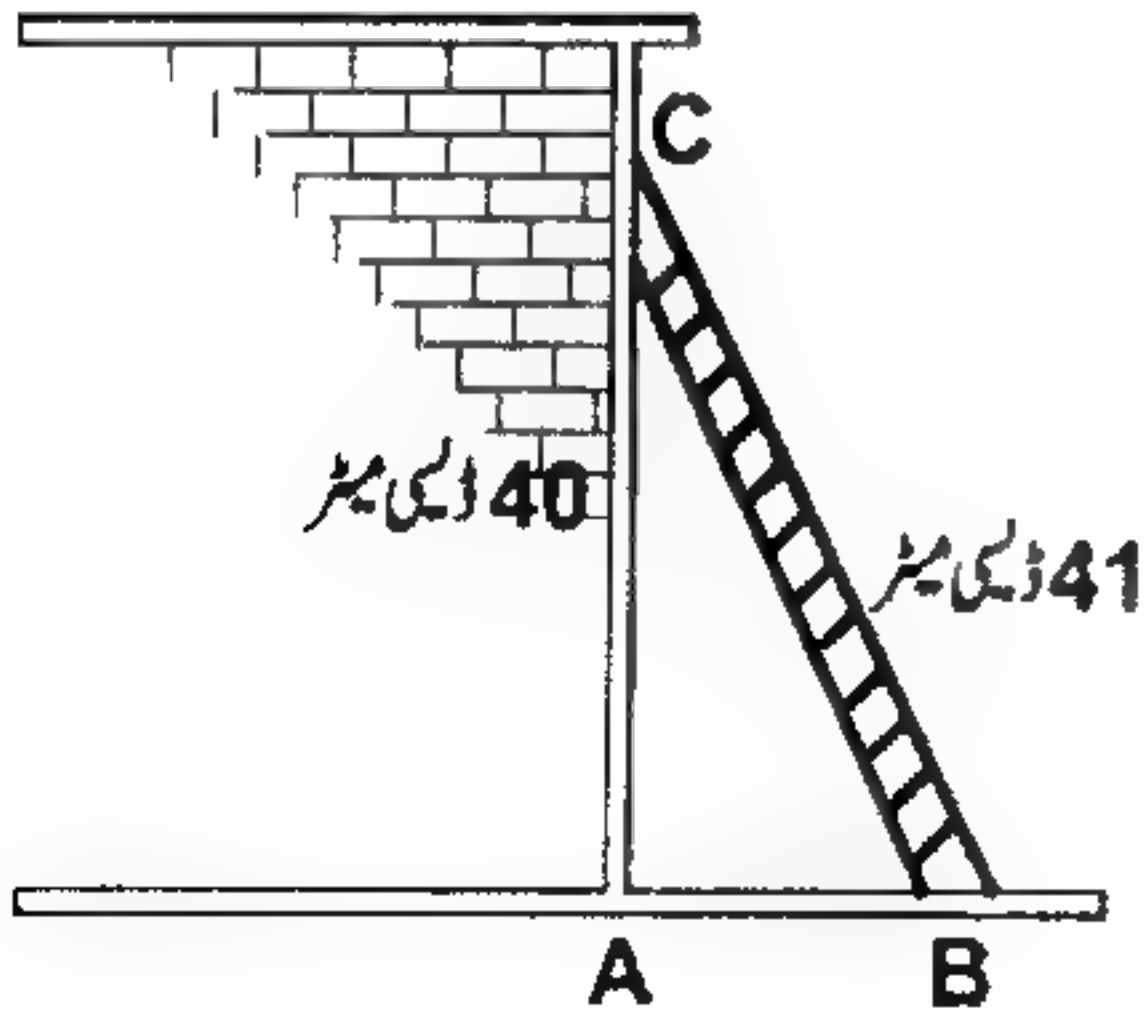
$(\text{قاعدہ کی مقدار})^2 = (\text{وتر کی مقدار})^2 - (\text{عمود کی مقدار})^2$

$$(mAB)^2 = (mBC)^2 - (mAC)^2$$

$$(mAB)^2 = (41)^2 - (40)^2$$

$$(mAB)^2 = 1681 - 1600$$

$$(mAB)^2 = 81$$

$$mAB = \sqrt{81} = 9$$

سیڑھی کا نچلا سرا دیوار سے 9 ڈیسی میٹر کے فاصلے پر ہے

آخر میں استاد بچوں کو مسلہ فیثا غورث کی تفہیم اور مزید مہارت حاصل کرنے کیلئے مندرجہ ذیل سوالات حل کروائے۔

(1) مندرجہ ذیل مستطیلی اشکال میں وتر کی لمبائی معلوم کیجئے:

(i) ایک ہال کمرہ جس کی لمبائی 48 میٹر ہو اور چوڑائی 36 میٹر ہو۔

(ii) ایک میدان جس کا طول 8 دیسی میٹر اور عرض 6 ڈیسی میٹر ہے۔

(iii) ایک کمرہ جس کی لمبائی 5 میٹر اور چوڑائی 3.75 میٹر ہے۔

(2) ایک نمائش میں کتابوں کا سٹال ٹکٹ گھر سے 40 میٹر شمال کی جانب اور کھلونوں کا سٹال 75 میٹر مشرق کی جانب ہے، دونوں سٹالوں کا فاصلہ معلوم کریں۔

(3) ایک لائن مین نے بجلی کے 6 میٹر اونچے کھمبے کے ساتھ سیڑھی کو اس طرح کھڑا کیا کہ سیڑھی کا اوپر کا سرا کھمبے کے اوپر کے سرے تک پہنچا اور نچلا سرا کھمبے سے 2.5 میٹر کے فاصلے پر رہا۔ سیڑھی کی لمبائی معلوم کیجئے۔

جائزہ: مندرجہ ذیل میں خالی جگہوں کو اسطرح پُر کریں کہ فقرہ درست ہو جائے۔

(i) (عمود کی مقدار)^2 + ---------- = (وتر کی لمبائی)^2

(ii) قائمۃ الزاویہ مثلث میں قائمہ زاویہ کا متقابلہ ضلع ------- کہلاتا ہے۔

(iii) (قاعدہ کی مقدار)^2 - <---------->^{2} = <----------->^{2}

ریاضی

جماعت ہشتم

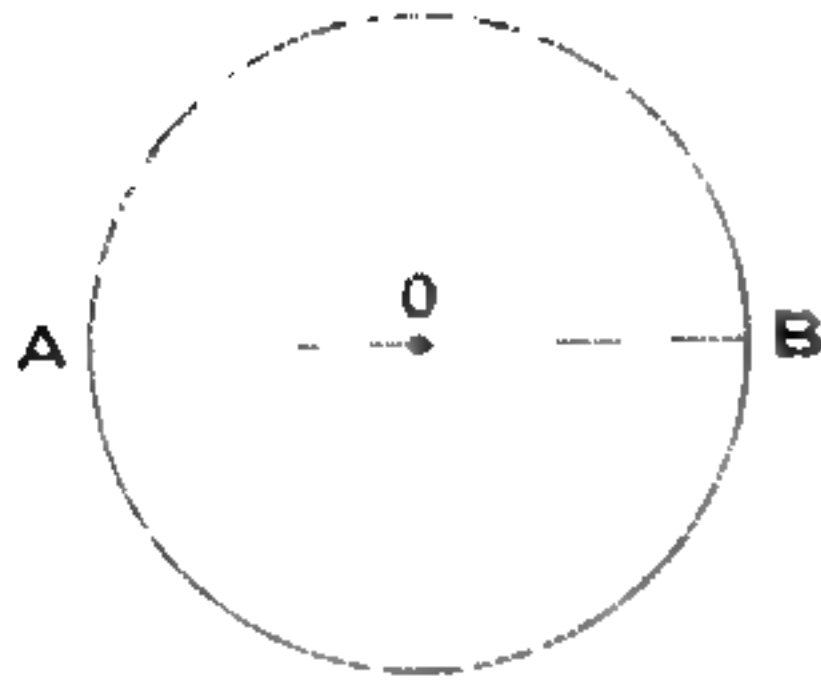
" دائروی مخروط "

مـــقـــاصـــد: اس سبق کی تدریس کے بعد بچے دائروی مخروط کو اچھی طرح پہچان جائیں گے۔ اور دائری مخروط کی سطح کا رقبہ معلوم کرنا سیکھ جائیں گے۔ نیز اس کو عملی زندگی میں استعمال کرنے کے قابل ہو جائیں گے۔

سـابـقـــہ واقفیت: اس سے پہلے طلباء دائرہ، محیط، رداس، قطر جیسی اصطلاحات سے واقف ہیں۔ وہ دائروی علاقے کا رقبہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔ ہر قسم کے دائرے کے قطر اور محیط میں جو نسبت ہے یعنی 1 : 3.14 جس کو ریاضی کی اصطلاح میں π (پائی) کہا جاتا ہے، طلباء اس سے آشنا ہیں۔ بچے مسلہ فیثا غورث اور اس کا استعمال جانتے ہیں اور چند مجسمات کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔

درسـی مـواد بـحـوالــہ نصاب: یہ سبق محکمہ تعلیم صوبہ سرحد کی منظور شدہ درسی کتاب ''ریاضی جماعت ہشتم کیلئے'' کے سبق نمبر 13 صفحہ نمبر 147 تا 154 میں دیا گیا ہے۔

معاونات: تختہ تحریر۔ پرکار۔ مسطر۔ قینچی۔ گوند کاغذ وغیرہ۔ قیف۔ لٹو۔ اور موٹے کاغذ کا دائروی مخروط۔

اعادہ: استاد بورڈ پر ایک دائرہ، اس کا مرکز اور قطر دکھا کر بچوں سے سوال کرے۔

(1) سامنے کونسی ہندسی شکل ہے۔ (دائرہ)

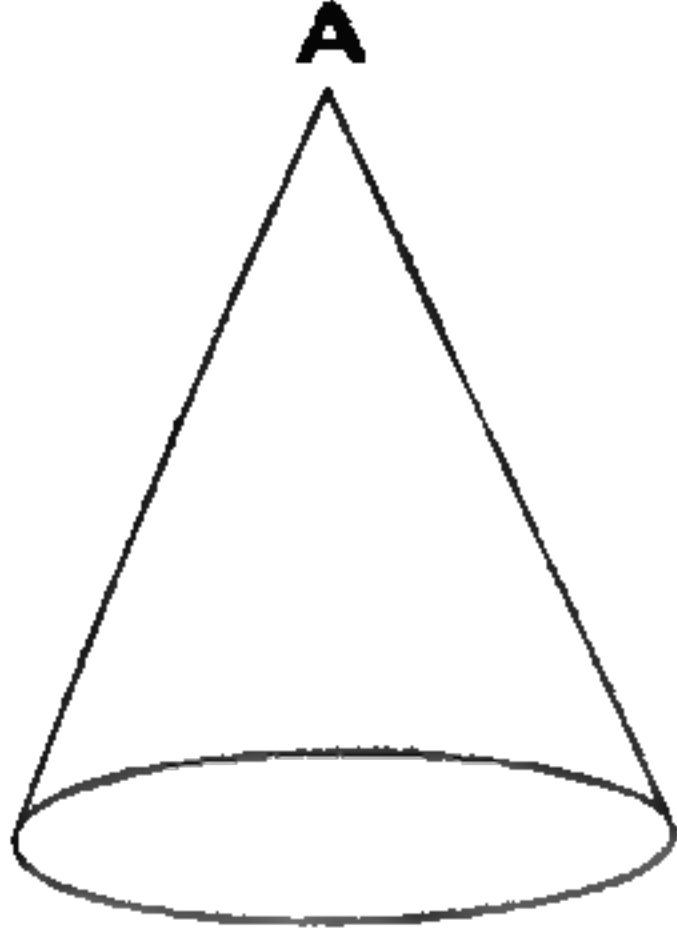
(2) اس دائرہ میں مرکز، قطر، محیط اور رداس کی نشاندہی کریں۔

ایک لڑکا --- نقطہ O دائرے کا مرکز ہے۔

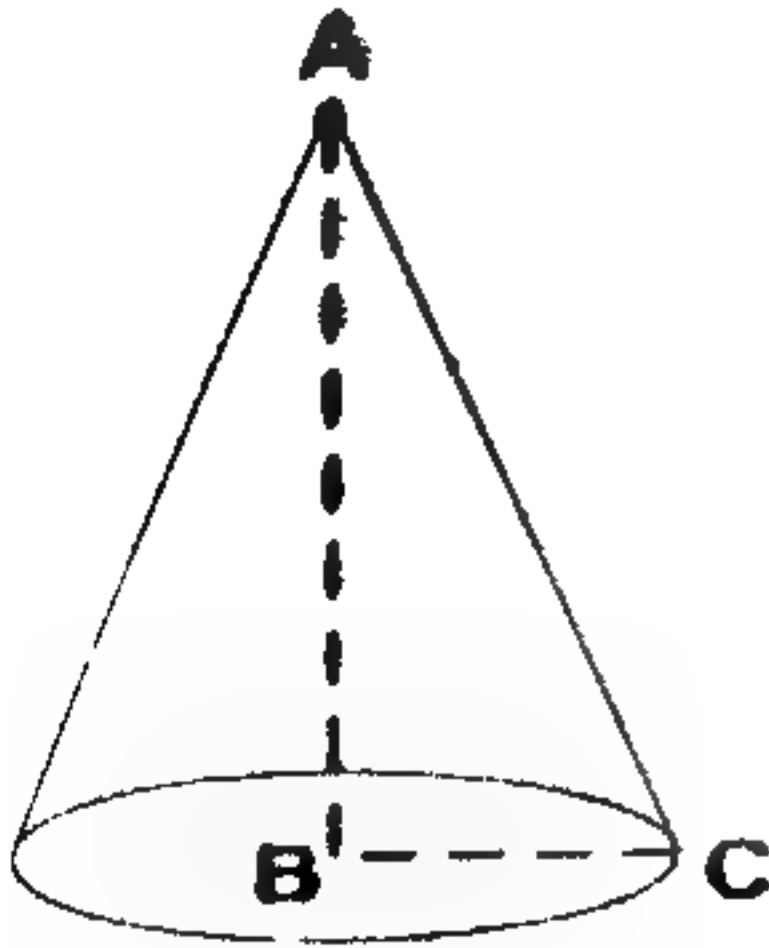
دوسرا لڑکا --- AB دائرے کا قطر ہے۔

تیسرا لڑکا --- OA اور OB رداس کہلاتے ہیں۔

چوتھا لڑکا --- جس منحنی (گول) خط سے دائروی علاقہ گھرا ہوا ہے، اسے دائرے کا محیط کہتے ہیں۔

(3) دائرے کے رقبے کا کلیہ کیا ہے؟ ——— πr^2

سر گرمی نمبر1: اب استاد بورڈ پر دائروی مخروط کی شکل بنائے اور طلباء سے اس کے متعلق سوال کرے۔ ظاہر ہے بچے اس کا نام نہیں بتا سکیں گے لیکن ان کے اندر ایک تجسس سا پیدا ہو جائے گا۔ اور اس کے بارے میں معلوم کرنا چاہیں گے۔ بچوں کو بتایا جائے کہ یہ ایک دائروی مخروط کی شکل ہے۔ اسے دائروی مخروط اس لئے کہتے ہیں کہ اس کا قاعدہ ایک دائروی علاقہ ہے۔ نقطہ A اس کا راس کہلاتا ہے۔

بچوں کو مزید بتایا جائے کہ روزمرہ زندگی میں ہمارا واسطہ ایسی چیزوں سے پڑتا ہے جو دائروی مخروط کی شکل کی ہوتی ہیں۔ بچے آئس کریم کون خوشی سے کھاتے ہیں۔ لٹو گھماتے ہیں اور ہر گھر میں کسی مائع کو خاص طور پر مٹی کا تیل وغیرہ تنگ منہ برتن میں ڈالنے کیلئے قیف استعمال کی جاتی ہے۔ یہ ساری چیزیں دائروی مخروط کی مثالیں ہیں۔ اس موقع پر یہ چیزیں بچوں کو دکھائی جائیں۔

سر گرمی نمبر2: اب معلم مخروط کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کیلئے مندرجہ ذیل سرگرمی عمل میں لائے۔

(1) ایک دائروی مخروط کی شکل بورڈ پر بنائے جس میں راسی نقطہ۔ ترچھی سطح اور قاعدے پر عمود ظاہر کرے۔

نقطہ A ۔ دائروی مخروط کا نقطہ راس ہے۔

AC مخروط کی ترچھی سطح ہے اور BC قاعدے کا راسی قطعہ ہے

(2) اب موٹے کاغذ کا دائروی مخروط بچوں کو دکھا کر بتایا جائے کہ اس کی کل سطح دو حصوں پر مشتمل ہے۔

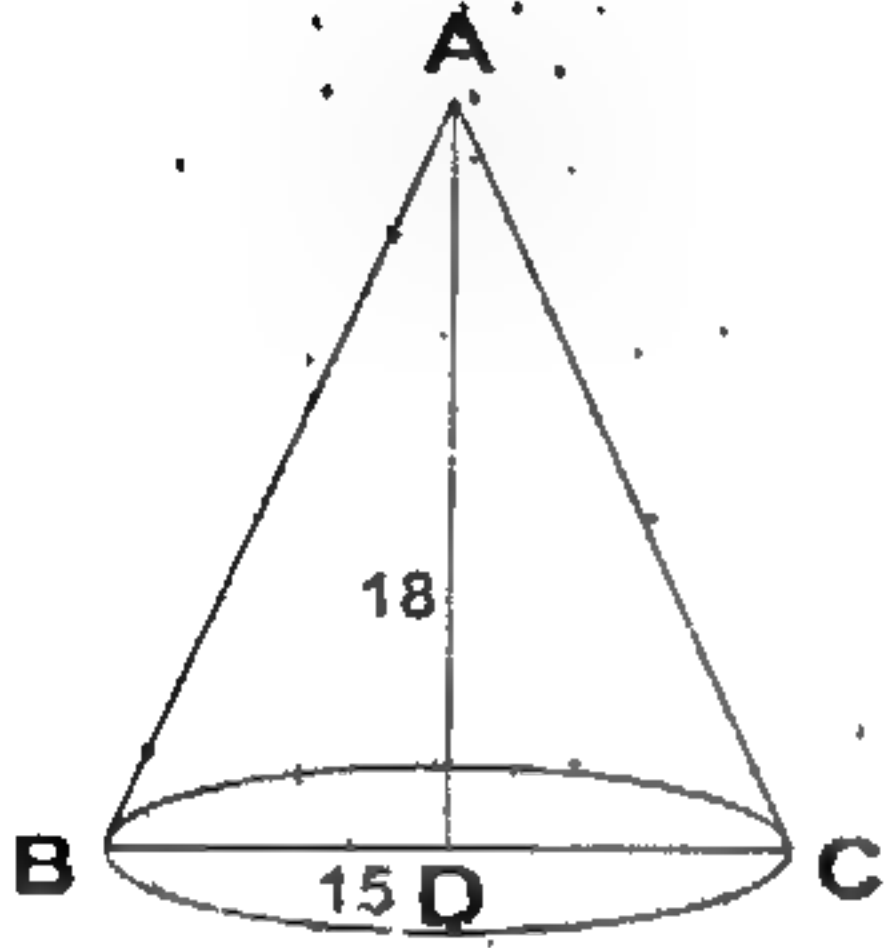
$= \pi rL$

جو وراصل مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ ہے۔

اب دائروی مخروط کی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کیلئے قاعدہ کا رقبہ اور ترچھی سطح کا رقبہ جمع کرنا ہوگا۔

$$\pi r^2 + \pi rL$$

$$\pi r (r + L)$$

سبق کی تفہیم میں پختگی کیلئے استاد مندرجہ ذیل سوال بچوں کے سامنے تختہ تحریر پر لکھے گا۔ اور سوال و جواب کے ذریعے بچوں کو شریک سبق کرتے ہوئے حل کرے۔

(1) دائروی مخروط کے قاعدے کا قطر 15 سم اور ارتفاع 18 سم ہے۔ مخروط کی ترچھی بلندی معلوم کریں۔

سوال میں دی گئی شرائط کے مطابق بنائی گئی شکل میں ایک ایسی قائمۃ الزاویہ مثلث بن جاتی ہے جس کا قاعدہ مخروط کے قاعدے کا رداس اور عمود مخروط کے ارتفاع کے برابر ہے اس لئے مسلہ فیثا غورث کے ذریعے ترچھی بلندی (جو مثلث کا وتر ہے) معلوم کی جائے گی۔

AC ترچھی بلندی ؟

AD ارتفاع 18 سم

DC قاعدہ - 15/2

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2$$

$$(AC)^2 = (18)^2 + (15/2)^2$$

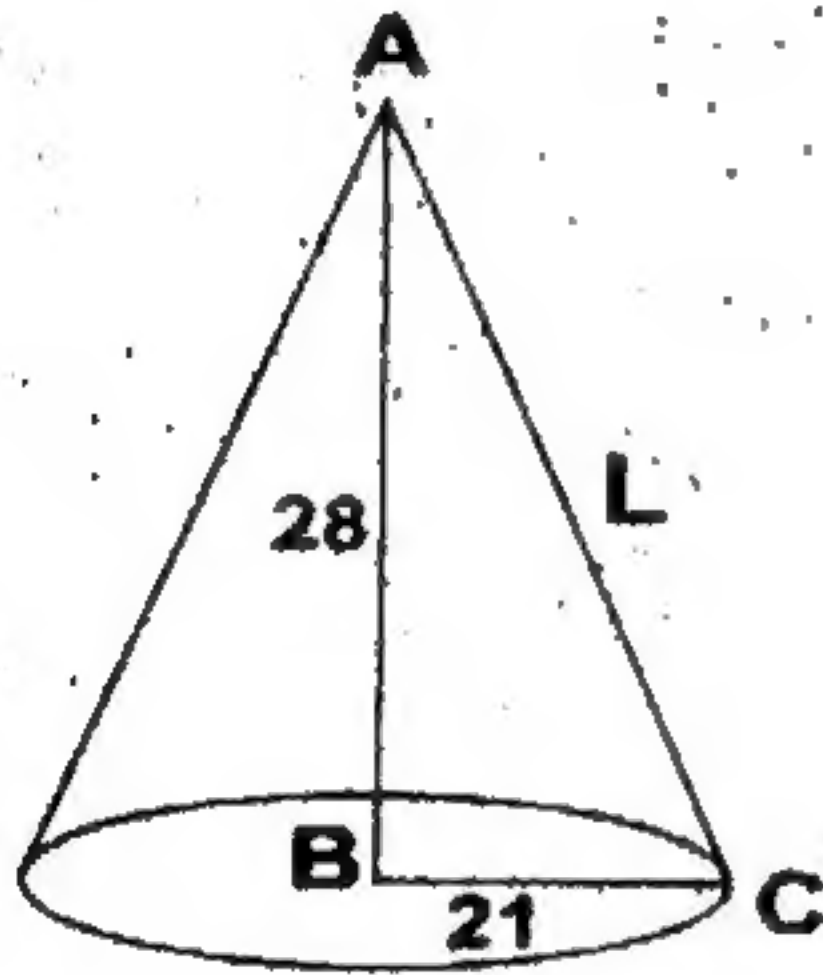
$$(AC)^2 = 324 + 225/4$$

$$(AC) = \frac{1296 + 225}{4} = \frac{1521}{4}$$

$$(AC) = \sqrt{\frac{1521}{4}} = \frac{39}{2} = 19.5$$

مثال نمبر 2: دائروی مخروط کی منحنی سطح کا رقبہ معلوم کریں جبکہ

قاعدہ کا رداس = 21 ملی میٹر اور ارتفاع = 28 ملی میٹر

چونکہ دائروی مخروط کی ترچھی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کا کلیہ πrL ہے جس میں r اور L دونوں کی قیمت معلوم ہونا ضروری ہے۔ قاعدہ کا درس یعنی r , 21 ملی میٹر ہے اس لئے پہلے L کی قیمت معلوم کرنا پڑے گی جو قائمۃ الزاویہ مثلث ABC سے مسلہ فیثا غورث کے ذریعے معلوم کی جا سکتی ہے۔

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(AC)^2 = (28)^2 + (21)^2$$

$$(AC)^2 = 784 + 441 = 1225$$

$$(AC) = \sqrt{1225} = 35$$

اب $r = 21$

$L = 35$

لہذا مخروط کی ترچھی سطح کا رقبہ $= \pi rL$

$$= \frac{22}{\cancel{7}} \times \overset{3}{\cancel{21}} \times 35$$

$$= 22 \times 3 \times 35$$

$= 66 \times 35 = 2310$ مربع ملی میٹر

مثال نمبر 3: دائری مخروط کی کل سطح کا رقبہ معلوم کریں جبکہ

(i) قاعدہ کا رداس = 28 سم اور ترچھی بلندی کی مقدار = 60 سم

(ii) قاعدہ کا رداس = 6 ڈیسی میٹر اور ترچھی بلندی کی مقدار = 22 ڈیسی میٹر

حل (i) $r = 28$ - قاعدہ کا رداس

$L = 60$ - ترچھی بلندی

مخروط کی کل سطح کا رقبہ = $\pi r (r+L)$

$= \frac{22}{7} \times 28 (28 + 60)$

$= \frac{22}{7} \times \overset{4}{28} \times 88 = 22 \times 4 \times 88$

$= 88 \times 88 = 7744$ مربع سم

حل نمبر (ii): ڈیسی میٹر $r = 6$

ڈیسی میٹر $L = 22$

مخروط کی کل سطح کا رقبہ = $\pi r (r+L)$

$= \frac{22}{7} \times 6 (6 + 22)$

$= \frac{22}{7} \times 6 (\overset{4}{28}) = 22 \times 24$

$= 528$ مربع ڈیسی میٹر

جائزہ:

(1) استاد مندرجہ ذیل سوالات بورڈ پر لکھ کر طلباء کو حل کرنے کیلئے کہے گا۔

(i) ایک دائروی مخروط کے قاعدہ کا راس 2.5 سم اور ترچھی بلندی 6.5 سم ہے۔
مخروط کا ارتفاع معلوم کیجئے۔

(ii) دائروی مخروط کی کل سطح کا رقبہ معلوم کیجئے جبکہ قاعدہ کا راس = 3.5 سم اور
ترچھی بلندی کی مقدار 7.7 سم۔

(2) بچوں کو کاغذ کا دائروی مخروط بنانے کو کہا جائے اور اس کی ترچھی سطح کا رقبہ معلوم کرنے کیلئے
سرگرمی نمبر 3 والا عمل دہرائیں۔